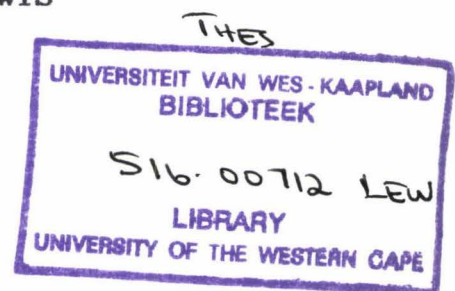


'N ONTWIKKELINGSONDERSOEKSTUDIE NA  
REALISTIESE MEETKUNDE ONDERRIG  
IN STANDERD SES

UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE

HENDRIK ARCHIE LEWIS



'N ONTWIKKELINGSONDERSOEKSTUDIE NA  
REALISTIESE MEETKUNDE ONDERRIG  
IN STANDERD SES

DEUR



HENDRIK ARCHIE LEWIS

UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE

'N MINI-THESIS INGELEWER TER GEDEELTELIKE

VERVULLING VAN DIE VEREISTES VIR DIE GRAAD M ED. AAN DIE  
DEPARTEMENT DIDAKTIEK VAN DIE UNIVERSITEIT  
VAN WES-KAAPLAND

STUDIELEIER:  
PROF C M JULIE

BELLVILLE  
NOVEMBER 1994





Environment involves space, objects in space and happenings in space. The mathematised spatial environment is geometry, the most neglected subject of mathematics teaching today. For centuries geometry in the English terminology was synonymous with Euclid. But in history geometry started long before Euclid, and in children's life it starts even before kindergarten.

(Freudenthal, 1981)

## VERKLARING

Ek verklaar hiermee dat 'N ONTWIKKELINGSONDERSOEKSTUDIE NA REALISTIESE MEETKUNDE ONDERRIG IN STANDERD SES my eie werk is, dat dit nie voorheen vir enige graad of eksamen aan enige ander universiteit voorgelê is nie, en dat al die bronne wat ek gebruik of aangehaal het, deur volledige verwysing aangedui en erken is.

GETEKEN:.....

DATUM: November 1994

HENDRIK ARCHIE LEWIS



UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE

## VOORWOORD

My innige dank en waardering aan:

- die Hemelse Vader vir Sy genade dat ek hierdie studie kon onderneem.
- prof. Julie vir die besondere studieleiding, belangstelling en aanmoediging wat hy openbaar en aangebied het.
- die standerd 6(a)- en 6(b)-klasse van 1993 aan Beacon Hill Sekondêr wat, deur hul deelname, 'n reuse sukses van hierdie studie help maak het.
- Rosy Toorn en Kaamil Scheepers vir hulle hulp en insette in hierdie ondersoek.
- George Schoemaker en Aad Goddijn vir hulle hulp en die bydrae wat hulle veral tot die ontwerp van die leer materiaal gemaak het.
- Rose Julie wat goedgunstiglik met die tikwerk gehelp het.
- my eggenote Irma vir haar belangstelling, geduld en aanmoediging; asook aan René, Hadley en Ilse dat hulle vir 'n lang tyd met 'n "studeerkamerpa" moes klaarkom.

leerlinge.

- Die leerlinge het die werk geniet - moontlik is dit as gevolg van die praktiese aard van die leermiddels.
- Die sosiale agtergrond van die leerlinge was nie 'n struikelblok tydens die afhandeling van die ondersoek nie.
- Ontwikkelingsondersoek skyn 'n kragtige meganisme te wees vir kurrikulumontwikkeling en kurrikulumvernuwing.



UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE

## INHOUDSOPGAAF

Inhoud	Bladsy
Verklaring	i
Voorwoord	ii
Abstrak	iii
Inhoudsopgaaf	v
1. INLEIDING EN PROBLEEMSTELLING	1
1.1 Doel van die ondersoek	1
1.2 Motivering en probleemstelling	2
1.2.1 Swak prestasie in Wiskunde	2
1.2.2 Die aard van onderrig	7
1.2.3 Bewese prestasie teenoor moontlike potensiaal	8
1.2.4 Die onderwyser en sy taak	9
1.2.5 Groot onhanteerbare klasse	11
1.3 Meetkunde in die skool	13
1.3.1 Die literatuur ten opsigte van meetkunde en meetkundeonderrig	13
1.3.1.1 Definisie van meetkunde	13
1.3.1.2 'n Historiese oorsig van meetkunde	14
1.3.1.3 Die doel van meetkundeonderrig	16
1.3.2 Probleme met meetkundeonderrig op skool	18
1.3.3 Die benadering van meetkundeonderrig	21
1.3.4 Die inhoud van die kurrikulum	24
1.4 Is daar alternatiewe benaderings?	27

<b>2.</b>	<b>REALISTIESE WISKUNDE ONDERRIG AS</b>	
	<b>VERWYSINGSRAAMWERK</b>	31
2.1	Freudenthal en sy werke	31
2.1.1	Historiese agtergrond	31
2.1.2	Die drie sentrale temas	33
2.1.2.1	Matematisering	33
2.1.2.2	Herontdekking	39
2.1.2.3	Didaktiese fenomenologie	42
2.2	Vyf beginsels van Realistiese Wiskunde Onderrig	42
2.2.1	Wiskundige konstruksies moet deur die konkrete gestimuleer word	43
2.2.2	Die ontwikkeling van wiskundige hulpmiddels (leermiddels)	43
2.2.3	Vrye produksies en refleksies moet gestimuleer word	44
2.2.4	Stimuleer die sosiale aktiwiteit van leer deur interaksie	44
2.2.5	Verwewing en integrering van onder-afdelings met die doel om wiskundige strukture te bou	45
2.3	Konstruktiewisme se verband met Realistiese Wiskunde Onderrig	45
2.4	'n Teoretiese verwysingsraamwerk vir hierdie ondersoek	49
<b>3.</b>	<b>NAVORSINGSMETODOLOGIE</b>	51
3.1	Inleiding	51

3.2	Ontwikkelingsonderzoek	51
3.3	Data vir analise	54
4.	<b>DIE EERSTE EKSPERIMENT</b>	56
4.1	Materiaal geskoei op Realistiese Wiskunde	
	Onderrig	56
4.2	Kykmeetkunde	57
4.2.1	Die kyklyn	57
4.2.2	Die rol wat plek (posisie) speel	57
4.2.3	Die kykhoek	57
4.2.4	Aansigte	58
4.2.5	Soorte afbeeldings	58
4.2.6	Konstruksie	58
4.3	Die ontwikkeling van leermiddels	59
4.4	Die implementering van die eerste eksperiment	60
4.5	Bespreking van die verloop van die eerste eksperiment	61
5.	<b>DIE TWEDE EKSPERIMENT</b>	72
5.1	Veranderings en toevoegings tot die tweede eksperiment	72
5.2	Implementering van die tweede eksperiment	75
5.3	Bespreking van die verloop van die tweede eksperiment	76
6.	<b>GEVOLGTREKKINGS</b>	94
6.1	Die materiaal (inhoudelike)	94



		viii
6.2	Ontwikkelingsondersoek	98
6.3	Kurrikulumvernuwing	99
6.4	Slotopmerking	100
<b>BIBLIOGRAFIE</b>		103

#### **BYLAE**

Bylae 1:	Werkblaaie vir die eerste eksperiment
Bylae 2:	Onderwysersgids vir die eerste eksperiment
Bylae 3:	Werkblaaie vir die tweede eksperiment
Bylae 4:	Onderwysersgids vir die tweede eksperiment
Bylae 5:	Foto's



UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE



## HOOFSTUK 1: INLEIDING EN PROBLEEMSTELLING

### 1.1. DOEL VAN DIE ONDERSOEK

Daar is 'n paar areas in Wiskunde wat, soos dit in skole bedryf word, problematies skyn te wees. Meetkunde, as onderafdeling van Wiskunde, skyn een van die areas te wees waarin leerlinge nie na wense presteer nie. Wiskunderesultate moet deels teen die agtergrond van die tipe onderrigstrategie wat in die klaskamer gebruik word, beoordeel word. Onderrigstrategieë wat daarop ingestel is om leer te bevorder, sal egter nog lank 'n onderwerp van bespreking en ondersoek bly.

Hierdie ondersoek het ten doel om die moontlikhede en die haalbaarheid van die gebruik van Realistiese Wiskunde Onderrig in die onderrig van Meetkunde in standerd ses te probeer vasstel. Opsommenderwys behels die ondersoek die volgende:

- die identifisering van probleemareas in Wiskunde;
- die skep van 'n teoretiese verwysingsraamwerk waarbinne die ondersoek sal val;
- die ontwikkeling van leermiddels vir gebruik in die ondersoek;
- die proses van implementering en evaluering van die ontwerpte materiaal in 'n klaskameropset in twee fases, hierna vernoem as die eerste en tweede eksperimente onderskeidelik; en
- algemene gevolgtrekkings ten opsigte van die ondersoek.

## 1.2. MOTIVERING EN PROBLEEMSTELLING

Die wyse van benadering en aanbieding van 'n les speel 'n belangrike rol by die verstaan van die lesinhoud. Indien die onderwyser nie reg laat geskied aan sy/haar benadering tot Wiskunde as vak, asook sy/haar wyse van aanbieding van die lesinhoud nie, kan dit nadelige implikasies vir die begrip van Wiskunde vir die leerling inhou. Benadering en aanbieding is egter nie al probleemareas in Wiskunde nie. Van die ander probleemareas in Wiskunde is:

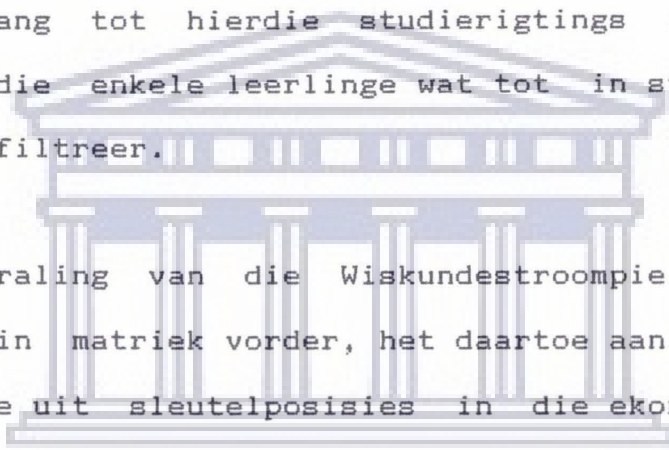
- swak prestasie in Wiskunde;
- die aard van onderrig;
- bewese teenoor moontlike potensiaal;
- die onderwyser en sy taak; en
- groot, onhanteerbare klasse.

Vervolgens word hierdie probleemareas in Wiskunde breedvoerig toegelig.

### 1.2.1. Swak prestasie in Wiskunde

Statistiek van 'n skool in Mitchell's Plain, geneem oor 'n periode van 5 jaar (1984-1988), toon aan dat van die gemiddeld 189 leerlinge wat Wiskunde in standerd 7 doen, gemiddeld slegs 35 (18.5%) uiteindelik met Wiskunde as vak in die finale skooljaar eindig, waarvan gemiddeld 26 (13.8%) die Senior Sertifikaat-eksamen slaag. 'n Redelike uitvalsyfer kom dus voor. 'n Groot gedeelte van die leerlinge (163 van die

aanvanklike 189 leerlinge wat Wiskunde in standerd 7 begin het) verlaat uiteindelik die skool sonder Wiskunde as vak op hul skooleindsertifikaat. Wat gebeur met dié leerlinge wat matrikuleer sonder Wiskunde as vak, gesien veral teen die agtergrond dat Wiskunde al meer en meer as vereiste vir toelating tot sekere studierigtings gestel word? Toegang tot die studie van die Medisyne, Wetenskap, Ekonomie, Finansies, Farmasie en selfs Teologie vereis 'n slaagsyfer in Wiskunde in matriek. Toegang tot hierdie studierigtings is toeganklik slegs vir daardie enkele leerlinge wat tot in standerd 10 met Wiskunde deur-filtreer.



Hierdie verskraling van die Wiskundestroompie soos swart leerlinge tot in matriek vorder, het daartoe aanleiding gegee dat swartmense uit sleutelposisies in die ekonomie en die sakewêreld gesluit is. Dit wil voorkom asof hierdie verskynsel histories hand-aan-hand met die destydse regering se beleid van aparte ontwikkeling gesien moet word. Indien voorafgaande waar sou wees, reflekteer die gesketsde scenario vir my 'n vorm van kurrikulum-misbruik - 'n verskynsel waar een groep die kurrikulum op 'n verskansde wyse aanwend tot sy eie voordeel en tot die nadeel van ander.

J D Jansen (1990) identifiseer vyf stadia waardeur swart-onderwys in Suid-Afrika gegaan het. Dit strek vanaf 'n periode van tradisionele opvoeding, voor 1652, tot die instelling van Bantoe-onderwys in 1954. Gedurende hierdie vyf stadia van onderwysverandering is die kurrikula vir swart-onderwys



dienooreenkomstig aangepas. Die stigting van die eerste swart skool in 1658 het ten doel gehad die kerstening van swartmense en nie soséér sekulêre onderwys nie. Gedurende hierdie eerste stadium (1658-1794) was die doel van onderrig in swart skole hoofsaaklik gerig op godsdiensoonderrig. Gedurende die periode 1795 tot 1850 het die Britte en veral die sendelinge, 'n akademiese kurrikulum in skole ingevoer. Behalwe lees, skryf en rekenkunde (die 3 R's), het leerlinge ook onderrig in ander vakke en uitheemse tale ontvang. Die instelling van hierdie akademiese kurrikulum was vir blanke plaasboere (wat Britse en Nederlandse boere ingesluit het) 'n probleem en 'n kopseer. Derrmate dat hulle swart onderwys prontuit as té boekgerig en onprakties beskou het. Dit impliseer dat blankes vanaf die vroegste tye swartmense getipeer het as persone wat hande- arbeid moes verrig en dat die onderwys hulle dus daarvoor moes voorberei. Die implementering van beide die industriële kurrikulum (1854), en die gedifferensierde kurrikulum (1889) het ten doel gehad dat vakke in swart skole meer prakties-geörienteerd en nie-akademies moes wees. Hierdie klemverskuiwing van die kurrikulum vanaf akademies na meer prakties-gerigte vakke, het ook 'n invloed op Wiskunde-onderrig in skole gehad. Dit was so dat veral Wiskunde as vak destyds uitgesonder is as onnodig vir swart leerlinge. Sodanig was hierdie opposisie teen Wiskunde in die kurrikulum van swart skole dat 'n kolomskrywer byvoorbeeld in "The African Teacher" (Maart 1943), beswaar aangeteken het teen die beleid van die Oranje-Vrystaat (O.V.S.) wat daarop aangedring het dat landbou-vakke in stede van Wiskunde en Latyn in swart skole

aangebied moes word. Hierdie beswaar is 'n bewys van die teenstand teen die destydse wit regering se denke en ingesteldheid, naamlik dié van superioriteit teenoor die doelstellings van swart onderwys. Hierdie hele ingesteldheid van die blankes jeens swart onderwys word in die aanhaling van die opvoedkundige, Pells (1938), soos volg verwoord:

What boots it to teach a man (sic) to read if he (sic) can never get hold of a book? Why teach him (sic) the use of table-cloths and cutlery, if he (sic) cannot afford to buy them? Why teach him (sic) agriculture when all the arable land is already occupied?

(p. 141)

Deur hierdie uitspraak het Pells in baie duidelike taal die doel van die bestaansreg van swartmense, gesien vanuit 'n wit oogpunt, uitgespel. Simplisties gestel kom dit daarop neer dat die swartmense sodanig opgevoed moes word dat hulle (die swartmense) altyd arbeiders (vir die witmense) moes bly.

Hierdie ongelykhede ten opsigte van kurrikula het in 1948 finaal formeel en wettig beslag gekry met die Nasionale Party se beleid van parallelle ontwikkeling (apartheid). Blanke politici en opvoedkundiges het toe die belangrike verbintenis tussen kurrikuluminhoud en die ideologie en materiële belange van 'n rasgegronde politieke ekonomie gesien en dit ook so in

daad geïmplementeer en uitgeleef. Die kurrikulum moes dus as meganisme dien om blanke meerderwaardigheid (polities, ekonomies, sosiaal, ensovoorts) te waarborg, terwyl dit swartmense vir die (hande-)arbeidsmark moes voorberei. In die aanslag op swart akademiese onderrig was Wiskunde as vak dikwels uitgesonder (soos onder die vorige fase ook aangedui is) en is daar van verhoë af dikwels die vraag gestel of swart kinders werklik Wiskunde nodig het. H F Verwoerd, ook bekend as die argitek van apartheid, se woorde in die parlement in 1954, is nog 'n verdere bewys van die felle aanslag teen die wenslikheid van Wiskunde in die swart skoolkurrikulum. Verwoerd het die volgende gesê:

What is the use of teaching a Bantu child mathematics when it cannot use it in practice? ...That is absurd.

(Harrison, 1981)

Ter opsomming: Alhoewel dit nie so duidelik en pertinent in wetgewing vervat was nie, moes die verskuilde agenda van kurrikula toesien dat swartmense altyd minderwaardige posisies in alle fasette van die samelewing vul en dat hulle gevolglik altyd ondergeskik aan blankes sou bly. Een manier om dit te verseker, was die verwydering van Wiskunde uit die kurrikulum van swart skole. Sodoende is verseker dat 'n groot deel van swart leerlinge effektief uit sleutelposisies in die wetenskappe, tegnologie en ingenieurswese gesluit is.



### 1.2.2. Die aard van onderrig

Die aard van onderrig in die klaskamer is sodanig dat dit bewustelik of onbewustelik tot 'n siftingsproses van leerlinge aanleiding gee. Die aard van onderrig hang in 'n sekere mate saam met die opleidingsproses van onderwysers. 'n Goeie onderwyser, volgens die huidige stelsel, is een wat goeie eksamenuitslae behaal, ongeag die wyse waarop by hierdie uitslae uitgekom word. Hierdie eksamen-georiënteerde onderrig het dikwels tot gevolg dat leerlinge nie op betekenisvolle maniere by die leerproses betrokke kan raak nie. Eksamen-georiënteerde onderrig vereis van die leerling om Wiskunde-inhoud vir die doel van eksaminering te leer sodat die leerling dit in 'n toets/eksamen kan weergee, ongeag of die leerling die inhoud verstaan en of dit vir hom/haar sinvol en betekenisvol is al dan nie. In die proses van eksamen-georiënteerde onderrig sien die leerling die onderwyser dikwels ook as die enigste outoriteit van kennis en die leerling neem alles passief in wat die onderwyser aan hom/haar deurgee. Hierdie benadering het dikwels ook tot gevolg dat die leerlinge met "skynbare potensiaal" (dié leerlinge wat volgens die onderwyser die moontlikheid tot prestasie besit) meer aandag ontvang en dat die ander leerlinge eenvoudig langs die pad uitval en dikwels Wiskunde vir 'n ander vak verruil. Leerlinge met wiskundige aanleg, wat moontlik as gevolg van sekere faktore onderpresteer, word in die proses geïgnoreer en raak vir Wiskunde en die gemeenskap verlore.

potensiaal nie. Bewese prestasie is die maatstaf wat gebruik word om leerlinge te meet aan vorige toets- of eksamen-uitslae. Leerlinge wie goeie uitslae behaal het, word outomaties beskou as leerlinge wie kwalifiseer om Wiskunde te kan doen. Moontlike potensiaal verwys na die wiskundige potensiaal of aanleg inherent in 'n leerling, wat, gegee die nodige gunstige omstandighede (byvoorbeeld motivering, aandag, ondersteuning, ensovoorts) die moontlikheid tot groei en "uitstyg-bo-die-gemiddelde" inhoud. Nou is dit so dat leerlinge met bewese prestasie dikwels meer kwalitatiewe aandag as dié leerlinge met moontlike potensiaal ontvang. Hierdie verskynsel versterk Maxwell (1983) se stelling van onderwysers wat foutiewe aannames in die klaskamer kan maak - dikwels tot ernstige en nadelige gevolge vir sommige leerlinge. Die gevolg is dat die kans skraal is dat die leerling met die moontlike potensiaal werklik só gelei sal word, sodat hy/sy sy/haar optimum potensiaal sal bereik en openbaar. Ek het dit persoonlik ervaar dat, veral wanneer 'n sekere hoeveelheid werk in die sillabus binne 'n beperkte hoeveelheid tyd afgehandel moet word, minder kwaliteit-tyd aan die sogenaamde swak leerlinge bestee word. Indien die "goeie" leerlinge die leerinhoud verstaan, word daar eenvoudig met die werk voortgegaan sonder die inagneming van die "swak" leerlinge.

#### 1.2.4. Die onderwyser en sy taak

Die doel en ingesteldheid van die onderwyser binne die onderrigssituasie, asook by die bepaling van 'n



Volgens die huidige stelsel in Suid-Afrikaanse skole is Wiskunde 'n verpligte vak tot in standerd 7. Uit gesprekke, met veral standerd 7-leerkragte, opper hulle beswaar teen die feit dat Wiskunde in standerd 7 verpligtend is. Baie van die leerlinge in standerd 7, volgens onderwysers, beskik nie oor die vermoë om standerd 7-Wiskunde te kan hanteer nie. Onderwysers raak dus gefrustreerd met diésulke leerlinge en hierdie frustrasie werk negatief in op die leer- en onderrigproses in die klaskamer. Hierdie negatiewe gees en atmosfeer wat dan in die klaskamer heers, is ook nie bevorderlik vir die fluks en hardwerkende leerling in die klas nie.

Volgens J Maxwell (1983) maak onderwysers dikwels foutiewe veronderstellings of aannames in die klaskamer ten opsigte van leerlinge se agtergrond, taalvaardigheid en benadering. Ek ondersteun hierdie siening van Maxwell, want dit is juis hierdie foutiewe aannames wat baie keer tot ernstige blokkasies in die onderrig- en leerproses aanleiding kan gee. Geen steen moet onaangeroer gelaat word om leerlinge se behoeftes, omstandighede en ontwikkelingsvlakke te probeer agterhaal en om dit as vertrekpunt in die onderrigproses te gebruik nie.

### **1.2.3. Bewese prestasie teenoor moontlike potensiaal**

In die onderrigsituasie word leerlinge dikwels gekategoriseer na aanleiding van bewese prestasie en nie volgens moontlike

onderrigstrategie, dra grootliks by tot die dilemma waarin Wiskundeonderrig verkeer. Hierdie doel en ingesteldheid van die onderwyser kan gekoppel word aan die ideologie wat hy/sy aanhang of ondersteun. Volgens die Perry Teorie, soos aangehaal deur Ernest (1991), is daar vyf moontlike ideologiese benaderings wat deur Wiskundeonderwysers ingeneem word. Een hiervan is dualisme, wat swaar op absolutisme leun en wat Wiskunde hoofsaaklik as 'n reëltoepassingsvak sien waar aksies óf reg óf verkeerd kan wees. In gesprekke met onderwysers, asook uit my observasies van Wiskundeonderrig, is dit duidelik dat sommige onderwysers nóg so teenoor hul taak ingestel is. Leerlinge word 'n reël aangeleer, wat hulle daarna klakkeloos moet toepas en die korrekte toepassing van die reël en die antwoord is die belangrikste aspekte wat by die onderwyser saak maak. Sodoende oorkom die onderwyser terselfdertyd ook die probleem van te min tyd om die lywige sillabus af te handel. Die oor-konsentrasie op die toepassing van reëls en korrekte antwoorde onderspeel dikwels die belangrikheid van sinvolle en kritiese beredenering in die onderrigopset oor waarom die betrokke reël(-s) gebruik word. As gevolg hiervan gaan betekenisvolheid en relevansie van die wiskundige inhoud dikwels verlore. Dit raak later 'n kwessie van kwantiteitonderrig wat voorkeur bo kwaliteitonderrig geniet. Korrekte antwoorde, netheid, ensovoorts raak nou die hooffasette van Wiskundeonderrig. Ian Thomas (1988) vervat hierdie verskynsel soos volg:

Mathematics is over-concerned with the

practice of computational skills, much of which is unrelated to any context that would confer meaning and importance on the work being done (p. 36).

Beide onderwyser en leerlinge kan só vasgevang word deur hierdie soeke na korrekte werkswyses en antwoorde, asook die toepassing van reëls, dat ander tersaaklike en belangrike aspekte van Wiskunde, byvoorbeeld relevansie (hierdie term verwys na die verband tussen die leer van Wiskunde en die toepassing daarvan in die alledaagse lewe) en betekenisvolheid van die leerstof, in die proses verlore raak. Dit is ook moontlik dat hierdie skynbare irrelevansie van die leer-inhoud tot 'n verlies in belangstelling in die vak kan lei, wat op sy beurt weer tot swak prestasie in Wiskunde aanleiding kan gee. Die leerling word dan aan hierdie swak prestasie as "dom" of "lui" geëtiketteer, terwyl sy/haar werklike potensiaal misgekyk word.

#### 1.2.5. Groot onhanteerbare klasse

Groot onhanteerbare klasse, veral in standerd 6 en 7 (34-40 leerlinge, en in skole onder die destydse Departement van Onderwys en Opleiding tot 70 leerlinge in 'n klas), kan, volgens gesprekke met onderwysers, negatief op onderrig inwerk. Selfs in die nuwe Suid-Afrika sal ons met hierdie probleem worstel. In "The Argus" van 8 Augustus 1994 berig Lynn Brown dat by Luleka Primêr ('n skool met 24 klaskamers)



in Khayalitsha, 24 onderwysers 'n leerlingtal van 1800 moet onderrig. In een klas het sy 95 leerlinge gevind. Die Western Cape Principals' Association (WECPA) lewer by monde van sy president, Nat Bongo, kritiek oor swart skole wat oorvol en onderbepersoon is, terwyl daar wit en selfs bruin skole is wat onderbenut word (John Viljoen in die "Argus" van 24 Augustus 1994).

Volgens onderwysers veroorsaak sulke groot klasse dissiplinêre probleme en kan daar ook nie individuele aandag aan leerlinge geskenk word nie. Myns insiens, geoordeel aan die dilemma waarin swart onderwys tans is, sal onderwysers nog 'n tyd lank verlief moet neem met "groot" klasse. Groot klasse mag egter nie as regverdiging gebruik word om nie kwaliteitonderrig aan te bied nie. Inteendeel, dit moet as 'n uitdaging beskou word. Indien individuele aandag, soos uit die beswaar blyk, 'n belangrike aspek van Wiskundeonderrig is, sal 'n middeweg gevind moet word om die twee probleme met mekaar te versoen. Veral by die onderrig van meetkunde, wat 'n meer praktiese inslag het as die ander afdelings van Wiskunde, blyk dit asof "groot" klasse by tye problematies kan wees. Praktiese werk vereis by tye ruimte en indien daar byvoorbeeld 5 leerlinge by een lessenaar moet werk, kan dit stremmend inwerk op die produktiwiteit van die leerlinge.

Hierdie ondersoek poog juis om na wyses te soek wat kan meehelp om van die geïdentifiseerde probleme, soos hulle hulself in die onderrig van meetkunde manifesteer, aan te

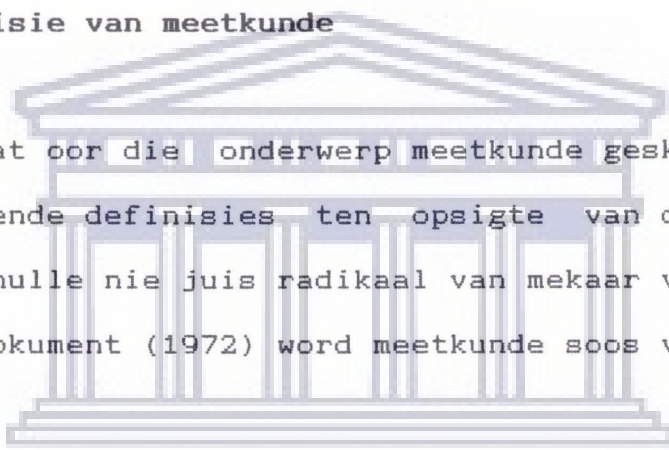
spreek. Vervolgens word daar na meetkunde en meetkunde-onderrig op skool gekyk.

### 1.3. MEETKUNDE IN DIE SKOOL

#### 1.3.1. Die literatuur ten opsigte van meetkunde en meetkunde-onderrig

##### 1.3.1.1. Definisie van meetkunde

Daar is heelwat oor die onderwerp meetkunde geskryf. Outeurs bied verskillende definisies ten opsigte van die onderwerp aan, alhoewel hulle nie juis radikaal van mekaar verskil nie. In 'n UNESCO-dokument (1972) word meetkunde soos volg beskryf:



(Geometry) can be defined as a certain metric space..., or as a study based on affine axioms..., or it is the study of a space furnished with a group of transformations, or it is a study of Cartesian space,...

(p. 26).

André Revuz (1971), aan die anderkant, huldig die volgende siening:

geometry is the theory of euclidean spaces  
that is finite dimensional linear spaces

over the field of real numbers, on which a scalar product is defined.

Uit genoemde definisies is dit duidelik dat meetkunde in noue verband met ruimte staan. Dié ruimte waarin ons woon, beweeg en na dinge (voorwerpe) kyk. Robinson (1959) beweer dat die konsep ruimte afkomstig is van die mens se begeerte om sy ervarings van die eksterne wêreld te orden. Hierdie ordeningsproses gaan met skatting en abstrahering van die eksterne wêreld gepaard. Dit alles omsluit die begrip ruimte. Ons ervaring van die eksterne wêreld geskied deur middel van ons sintuie, waarvan die gesig- en tastsintuig die belangrikste is. Hierdie sintuiglike ervaring hou dus 'n verdere implikasie vir meetkundeonderrig in, naamlik dat die gebruik van hierdie sintuie by die onderrig van meetkunde maksimaal geëksploiteer moet word tot voordeel van die kind.

#### 1.3.1.2. 'n Historiese oorsig van meetkunde

Meetkunde is so oud soos die beskawing self. Die Egiptenare en Babelonieërs het reeds so vroeg soos 300 v.C. daarmee begin. Die Egiptenare het reeds teen 1700 v.C. (die ontdekking van die Rhind papyrus bevestig dit) meetkunde bedryf, deurdat hulle area en volume bereken het. Die meetkunde was van 'n praktiese aard. Na elke reënseisoen moes hulle byvoorbeeld die oorstroomde vlaktes van die Nylrivier meet. Teen 2900 v.C. is van praktiese meetkunde gebruik gemaak by die oprigting van piramides in Egipte.



Chinese meetkunde het so vroeg soos 1100 v.C. tot stand gekom, aldus Seydel (1980). Selfs die Indiane en Romeine het meetkunde van 'n praktiese aard ontwikkel en bedryf. Hierdie meetkunde is later oorgedra na die Grieke, wat dit ontwikkel en verfyn het tot 'n deduktiewe wetenskap. Aan die voerpunt was persone soos Thales, Pythagoras, Pappus en Euklid van Alexandrië. In 300 v.C. het Euklid hierdie kennis te boek gestel, genaamd "The Elements". Hierdie georganiseerde kennis was inderdaad die begin van meetkunde wat die studie van meetkunde vir 2000 jaar daarna sou beïnvloed. Die Griekse woord "geometry" beteken "meet van die aarde" (geo - aarde, metry - meet).

Alhoewel Euklid se meetkunde vir eeue oorheersend was, is sy Vyfde Postulaat deur baie persone bevraagteken en het hulle dit, veral gedurende die middeleeue probeer bewys. Persone soos Saccheri, Lambert en Legendre het uiteindelik tot die slotsom geraak dat dit 'n veronderstelling is wat nie bewys kon word nie. Die Postulaat kon dus negeer word. Dit is inderdaad gedoen deur persone soos Gauss (wat uit vrees vir kritiek nie sy werk publiek gemaak het nie), Bolyai en Lobatchevsky. Hulle het die Vyfde Postulaat negeer en meetkunde ontwikkel wat later bekend sou word as hiperboliese en elliptiese meetkunde.

Daar is nie een enkele vertakking van moderne Wiskunde wat nie op een of ander stadium 'n meetkundige interpretasie gehad het nie - dit is toe te skryf aan die feit dat meetkundige

- 'n studie van meetkunde behoort te help met die ontwikkeling van denkpatrone;
- 'n studie van meetkunde bied 'n platform vir intergrasie met ander onderafdelings van Wiskunde; en
- 'n studie van meetkunde behoort interessant en genotvol te wees.

Dit lyk tog asof hierdie genoemde doelstellings van meetkunde-onderrig wel in die algemene doelstellings van Wiskunde geakkommodeer word, soos uit die volgende doelstellings blyk (ek haal enkeles aan):

- om liefde vir, belangstelling in, en 'n positiewe ingesteldheid teenoor Wiskunde te laat posvat, deur die vak betekenisvol aan te bied;
- om helder denke en logiese afleidingsvermoë te ontwikkel;
- om wiskundige insig te ontwikkel; en
- om by die leerlinge die gewoonte in te skerp om, waar toepaslik antwoorde te skat, en indien moontlik te toets.

(Onderwysbulletin JS 13/84, 1984)

Indien die doelstellings van meetkundeonderrig in die bestaande doelstellings van Wiskundeonderrig vervat word, ontstaan die volgende vraag: waarom dan nog altyd probleme met die onderrig van meetkunde ervaar? Indien 'n mens egter na die probleme in meetkundeonderrig, veral op die hoërskool kyk, impliseer dit ten minste twee moontlikhede: eerstens is dit moontlik dat hierdie doelstellings tydens onderrig geignoreer



word, óf tweedens kan dit beteken dat daar vrugtelos gepoog word om wel hierdie doelstellings te verwesenlik. Beide moontlikhede lê moontlik in die benadering van onderrig, asook in die inhoud van die kurrikulum, opgesluit. Voordat daar spesifiek aan hierdie twee aspekte, naamlik onderrig-benadering en kurrikuluminhoud geraak word, word van die probleme in meetkundeonderrig eers uitgelig.

### 1.3.2. Probleme met meetkundeonderrig op skool

Geoordeel aan meetkundeprestasies blyk dit asof die situasie van meetkundeonderrig in skole nie rooskleurig is nie. Prestasie in ander afdelings van Wiskunde oortref dikwels dié in meetkunde. Uit eie ervaring, asook uit gesprekke met my kollegas, is die volgende geïdentifiseerde "leemtes" as moontlike redes aangevoer waarom leerlinge so swak in meetkunde presteer:

- leerlinge is lui om genoeg tyd aan meetkunde te spandeer;
- leerlinge leer nie stellings nie;
- leerlinge benader meetkunde, net soos hulle Algebra benader, waar hulle slegs reëls toepas;
- leerlinge sukkel met die notasie van meetkunde;
- die uiteensetting van leerlinge se meetkunde probleme is onlogies en onnet; en
- sketse (veral in kombinasie) verwar leerlinge.

'n Onderzoek na meetkundeonderrig in Engelse skole het, volgens Caleb Gattegno (1963), die volgende probleme blootgelê:

- verwarring tussen wat bewys is en wat bewys moet word;
- verwarring ten opsigte van die begrip "omgekeerde stelling";
- verwarring met die verskillende stellings;
- probleme om die lyn van redenasie deur die hele bewys te trek;
- gebrek aan intuïsie;
- onvermoë om meetkundige en numeriese beredenering te versoen of te onderskei;
- verwarring van wiskundige/meetkundige begrippe;
- onvermoë om 'n gedeelte van 'n skets te verstaan in verhouding met die groter skets; en
- onvermoë om 'n denkbeeldige prentjie van die probleem te visualiseer, veral met drie-dimensionele probleme.

Genoemde probleme vergestalt hulle ook in Suid-Afrikaanse skole by die onderrig van meetkunde.

Leen Streefland (1991) kritiseer die tradisionele wyse van kennisoordrag wat Wiskundeonderrig oorheers. Hy wys daarop dat dit die volgende newe-effekte het:

- leerlinge se informele strategieë word óf verwaarloos óf geblokkeer;

- leerlinge word nie voldoende en volledig deur hul kognitiewe denkvlakke geneem nie;
- daar word te gou na die finale algoritme "gehardloop";
- van die begin af word slegs een werkswyse aangebied en verduidelik; en
- antwoorde is dikwels belangriker as die werkswyses wat in die probleem opgesluit lê.

Die literatuur dui aan dat hierdie probleme toe te skryf kan word óf aan die filosofie en benadering van meetkundeonderrig (vergelyk Borzuk en Szmielen, 1960; S Schuster, 1977; A Revuz, 1971 en H Freudenthal, 1971) óf aan die inhoud van die kurrikulum (vergelyk H J Vollrath, 1976; en S Seydel, 1977). Revuz (1971) lig van die probleme in die verloop van die geskiedenis van meetkundeonderrig uit. Volgens hom het die verloop van die geskiedenis oor die gebruik van meetkunde, aan meetkunde 'n bepaalde, amper verhewe, status gegee as ál afdeling in Wiskunde wat 'n logies-beredeneerde stelsel besit. Tweedens het meetkunde daarin gefaal om 'n studie van 'n model van die werklike ruimte te wees. Derdens het meetkunde 'n aparte onafhanklike studie van Wiskunde geword. Hieruit kan afgelei word dat die benadering tot meetkundeonderrig deur die jare, as gevolg van ondersoek en ontwikkeling, sodanig verander het dat dit die bereiking van meetkunde se aanvanklike doelstellings bemoeilik, indien nie in sekere gevalle onbereikbaar vir die leerling gemaak het. Vervolgens word daar dus na die probleme ten opsigte van benadering en kurrikulum gekyk.



### 1.3.3. Die benadering van meetkundeonderrig

Die hele gang van die onderrigproses hang saam met die doel wat die onderwyser tydens die onderrig met sy leerlinge wil bereik. Indien daar bepaalde doelstellings in 'n vak is wat realiseer moet word, is dit belangrik dat die inhoud vanuit 'n bepaalde filosofiese oogpunt benader en aangebied moet word ten einde hierdie doelstellings te verwesenlik.

Vanaf die vroegste tyd, selfs huidig in Suid-Afrikaanse skole, word Euklidiese meetkunde op die aksiomatiese-deduktiewe wyse aangebied. Euklid se meetkunde was op definisies, aksiomas en postulate gebaseer. Meetkunde word dus as 'n voorafgeorganiseerde formele struktuur aan die leerling voorgehou, wat 'n afwyking van die oorspronklike doel van meetkundeonderrig (soos aangedui onder 1.3.1.3) is. Sodanig was hierdie afwyking, dat dit later nie meer om die meetkunde-inhoud gegaan het nie, maar oor die formele struktuur daarvan. Hierdie doel om formele struktuur via meetkundeonderrig te bereik, het misluk, aldus Schuster (1971). Uit eie ervaring, asook uit gesprekke met onderwysers, kan agtergekom word dat baie min leerlinge die Wiskunde wat hulle in die skool leer, in die alledaagse lewe buite skoolverband kan toepas. Baie min verstaan, laat staan nog waardeer, die aksiomatiese-deduktiewe struktuur van meetkunde. Murray Klemkin (1968) beweer dat Euklidiese meetkunde te ryk en ingewikkeld is om te dien as 'n middel om die betekenis van formele struktuur en bewys aan die kind oor te dra. Ek kan egter nie heeltemal met hom saamstem

nie. Dat Euklidiese meetkunde ryk en ingewikkeld is, is ongetwyfeld so. Die probleem is egter dat die benadering tot onderrig en die metodes van onderrig van Euklidiese meetkunde 'n geslote struktuur vir die leerling geword het. Hierdie geslotenheid maak Wiskunde vir die kind, met sy insig en begrip wat juis ontwikkel moet word, moeilik toeganklik. Gevolglik kan die kind nie die meeleving van definisies, aksiomas en stellings ervaar soos wat die onderwyser dit ervaar nie. Op hierdie wyse raak die ryk en ingewikkelde aard van Euklidiese meetkunde vir die leerling verlore. Die definisies (van Euklid se meetkunde) is die eindproduk van 'n proses van matematisering (hierdie begrip word onder paragraaf 2.1.2.1 breedvoerig toegelig) van die werklikheid waaraan die kind geen deel gehad het nie. Deur dit dus net so aan die kind op te dis, word die kind die voorreg van matematisering van die konkrete, tesame met die vreugde en teleurstelling wat soms daarmee gepaard gaan, ontnem. Dieselfde geld vir die aanleer van meetkundige stellings en aksiomas. Dit is dus onregverdig dat die kind 'n aksiomaties-deduktiewe stelsel moet gebruik, terwyl hyself/syself nie deel gehad het aan die totstandkoming of selfs net die herontdekking van dié belangrike komponente van die stelsel, byvoorbeeld definisies en stellings nie.

Die oorbeklemtoning van die aksiomaties-deduktiewe struktuur lei tot die onderbeklemtoning van toepassingsaktiwiteite. Klemkin (1968) noem dat baie van die toepassings kunsmatig is. Hierdie aanname word gestaaf wanneer 'n persoon na oefeninge

in huidige handboeke kyk. Meetkundige konsepsualisering - 'n proses waardeur insig en intuïtiewe begrip van alledaagse probleme bekom word - word ook deur hierdie benadering verwaarloos.

Die aksiomaties-deduktiewe benadering veroorsaak dat daar nie genoeg klem aan die drie-dimensionele konsepte van meetkunde geskenk word nie. Reeds omdat die aksiomaties-deduktiewe struktuur bevredigend werk vir meetkunde op die plat vlak, word meer aandag aan die bestudering van meetkunde op die plat vlak geskenk. Gevolglik word drie-dimensionele meetkunde verwaarloos. Freudenthal (1976) beaam dat die plat vlak makliker werk en meer geleenthede bied tot logiese analise van meetkunde, maar ruimte (met sy vaste stowwe) is meer konkreet - gevolglik bied dit groter uitdagings aan die kreatiwiteit van die leerling. Volgens Piaget en andere is dit juis in hierdie fase (tot ouderdom 16 jaar) van die kind se lewe dat hy/sy hoogs ontvanklik is vir beredenering van ruimte, asook die ontwikkeling van intuïsie - twee aspekte wat broodnodig is vir byvoorbeeld twee- en drie-dimensionele probleme in Wetenskap en Wiskunde. Daarom moet elke geleentheid gebruik word om hierdie vaardighede van die kind (tot voor ouderdom 16 jaar) te ontwikkel en te verfyn.

Die hervorming wat daar dus in meetkundeonderrig oor die jare was, was hervorming binne die bestaande filosofie, naamlik dat meetkunde toegewy moet word aan die aksiomatiese ontwikkeling van Euklidiese meetkunde. Geen werklik noemenswaardige



vordering is dus op die wegbeweeg vanaf die aksiomaties-deduktiewe benadering in meetkundeonderrig gemaak nie.

#### 1.3.4. Die inhoud van die kurrikulum

Soos reeds opgemerk, hang die bereiking van daargestelde doelstellings ook af van die inhoud van die kurrikulum. Is die inhoud van die leerplan betekenisvol en relevant vir die kind? Geniet leerlinge die inhoudelike van die leerplan? Kan daar met reg geargumenteer word of Euklidiese meetkunde deel van die Wiskunde-syllabus moet uitmaak? Kan dit nie met ander vorme van meetkunde, soos byvoorbeeld analitiese meetkunde (wat tans deel van ons senior sekondêre kursus is) vervang word nie? Het elke leerling wel Euklidiese meetkunde nodig om eendag 'n betekenisvolle bestaan te voer? Dis egter moeilik om hierdie vrae heeltemal klinkklaar te kan beantwoord.

John C Petersen (1973) noem dat meetkunde aanvanklik nie deel van die sekondêre skoolkurrikulum in Amerika was nie. Dit was eers in 1865, toe die Universiteit van Yale meetkunde as 'n toetree-vak ingestel het, dat meetkunde tot die sekondêre skoolkurrikulum toegevoeg is. Die relevansie van meetkunde in die hoërskoolkurrikulum kom dus hier na vore. Hoeveel slegter of beter was dié leerlinge in Amerika, wat vóór 1865 hulle skoolloopbaan voltooi het, daaraan toe sonder meetkunde as deel van die kurrikulum? Die doel van die invoering van meetkunde in die kurrikulum word ook bevraagteken: Is dit ingevoer om die leerling se bestaan en omgang in die ruimte

meer betekenisvol te maak óf is dit ingevoer bloot as 'n toelatingsvereiste tot universiteit? Natuurlik is dit 'n kontroversiële vraag wat heelwat debat en gesprek kan uitlok. Selfs in Engeland is elemente van intuïtiewe meetkunde eers in 1893 in die "grammar schools" ingevoer, aldus Petersen.

In 1894 het die "Report of the Committee of Ten on Secondary School Studies" in Amerika aanbeveel dat alle vakke in die hoërskool twee jaar vroeër 'n aanvang moes neem. Meetkunde is toe na die primêre skool verskuif. Op daardie stadium het rekenkunde die sillabus op primêre-skoolvlak oorheers. In 1899 het die "Committee on College Entrance Requirements" pogings aangewend om die gaping tussen die inhoud van die Wiskunde-sillabusse vir die hoërskool en kollege/universiteit kleiner te maak. Gevolglik het hulle aanbeveel dat Wiskunde-periodes op skool 45 minute lank moet wees, dat graad-7 vier periodes 'n week eksperimentele meetkunde en inleidende algebra moes hê en dat die graad-8-program vier periodes inleidende demonstratiewe meetkunde en algebra moes hê. In 1912 het die "National Committee of Fifteen on Geometry Syllabus" in Amerika sterk aanbeveel dat algebra in die neënde, meetkunde (die platvlak) in die tiende en algebra en meetkunde in die elfde en soms in die twaalfde skooljaar onderrig moet word. In 1923 het 'n verslag ("The 1923 Report") gedien, wat die insluiting van informele meetkunde in die skoolprogram aangevra het. So het die verwickelinge in meetkunde as vak ontplooi en tot vandag toe, selfs in Suid-Afrika, word daar steeds van tyd tot tyd na sillabusinhoud gekyk.



interpretasie van die leerplan uitgesluit, omdat inspekteurs en vakadviseurs dit doen. Die onderwyser se rol word tot 'n blote toepasser van ander se idees gereduseer, aldus Julie. Dit is heel duidelik dat hierdie werkswyse geweldige implikasies vir die leerling inhou. Die onderwyser, wie die laaste persoon is wat die leerplaninhoud vir die kind betekenisvol en relevant moet maak, se hande word as't ware afgekap en hy/sy word gedwing tot eksamen-geörienteerde onderrig. Een van die uiteindelijke gevolge is dat die kind vir Wiskunde vervreemd en verlore raak. In die proses bestaan die moontlikheid dat die kind uiteindelik die party is wat onberekenbare skade berokken kan word.

Siende dat betekenisvolle en relevante leerplaninhoud vir die leerling belangrik is en dat die betekenisvolheid en die relevansie juis tydens die onderrigproses vir die kind na die oppervlak gebring moet word, maar ook as gevolg van die feit dat die aksiomatiese-deduktiewe benadering nie die gewenste resultate lewer nie, sal daar dus na alternatiewe wyses gesoek moet word om hierdie leemte in die onderrig van meetkunde aan te vul. Vervolgens kyk ons na alternatiewe benaderings.

#### 1.4. IS DAAR ALTERNATIEWE BENADERINGS?

Indien die doelstellings van meetkundeonderrig en meetkunde-onderrig se problematiek in ag geneem word, worstel 'n mens met die vraag: watter moontlike oplossing(-s) is daar om uit hierdie dilemma te kom? Wat kan gedoen word om

Die rede waarom ek bogenoemde scenario skets, is eintlik maar net om weer my aanvanklike vrae te beklemtoon: Is meetkunde noodsaaklik in die leerplan en indien wel, wat behoort die inhoud van so 'n leerplan te wees? Wat was die werkswyse in Suid-Afrika rondom hierdie aangeleentheid? In die volgende paragraaf word gekyk na hoe die destydse regering, onder Nasionale Party-bewind, hierdie aangeleentheid hanteer het.

Alhoewel daar in hierdie paragraaf na kurrikulum-totstandkoming in die algemeen gekyk word, is dit só dat die kurrikulum vir Wiskunde vir gebruik in Suid-Afrikaanse skole op dieselfde manier tot stand gekom het. Deur die aanvaarding van die Bantoe Onderwys-wet in 1954, is apartheidsonderrig vir Suid-Afrikaners gewettig. Hierdeur het die regering wettig beheer oor leerplaninhoud en leerplandoelstellings gekry (nie dat die regering dit nie voorheen gehad het nie). Cyril Julie (1990) lewer 'n breedvoerige verslag van die wyse hoe kurrikula in die Suid-Afrikaanse (S.A.)-konteks onder Nasionale Party (N.P.)-beleid tot stand gekom het. Die persone wat verantwoordelik was vir die opstelling van die kern-syllabus, was op een of ander manier verbonde aan die staat. Op so 'n wyse is eintlik verseker dat die ideologie van die staat op 'n verskuilde manier binne die leerplanne gevestig is en dat die status quo van blanke meerderwaardigheid op so 'n wyse dus handhaaf moes word. Julie spreek hom veral uit oor die feit dat die onderwyser, wat uiteindelik hierdie leerplan in die klas moes implementeer, geen inspraak tot kurrikulum-ontwikkeling het nie. Die onderwyser word selfs by die

meetkundeonderrig betekenisvol en genotvol vir leerlinge te maak?

As daar na die oorsprong en definisies van meetkunde gekyk word, dan is dit waar dat daar in die historiese verloop van meetkunde, veral met die verskyning van Euklid op die toneel, mettertyd radikaal weggebreek is van die bestudering van voorwerpe binne die ruimte na die deduktief-aksiomatiese struktuur - weg vanaf die ruimte en beperk tot blote potlood-en-papier meetkunde.

Is leerlinge werklik lui wanneer hulle ure aan 'n meetkunde probleem spandeer en dan uiteindelik moedeloos en gefrustreerd, die aftog blaas? Waarom kan leerlinge stellings in die eksamen korrek weergee, maar dieselfde leerlinge sukkel met die toepassingsprobleme? Dit lyk dus asof insig in en werklike begrip van stellings ontbreek. Hierdie insig in en begrip van die meetkunde moet via die tipe onderrig en benadering aan die leerling openbaar word. Dit lyk dus asof daar ander faktore, behalwe die leerling self, in die onderrigproses is wat meehelp om die onderrigproses van meetkunde suksesvol te maak. In algebra word leerlinge 'n reël/formule gegee en hulle aanvaar en pas dit klakkeloos en suksesvol, sonder dat hulle insig in en begrip van die reël/formule hoef te besit, toe. Hierdie leerlinge, wat besonders goed in algebra vaar, vaar oor die algemeen swak in meetkunde. Hierdie swak prestasie in meetkunde kan dus moontlik toegeskryf word aan die feit dat leerlinge aksiomas



en stellings gegee word en dat daar dan aanvaar word dat leerlinge toepassings moet kan doen net soos wat in algebra die geval is. Ongelukkig werk dit nie so in meetkundeonderrig nie. Begrip en insig in die leerstof is fundamentele boustene vir enige leerling vir suksesvolle meetkunde. Gebrekkige insig en begrip kan ook 'n teken wees dat daar moontlik té vroeg in die onderrigproses na die formele aksiomaties-deduktiewe benadering oorgegaan word. Die sillabus vir Wiskunde vir die Junior Sekondêre Kursus (Onderwysbulletin JS/84, 1984) beklemtoon die belangrikheid dat daar in die onderrig van meetkunde van eksperimente, berekenings en intuïsie gebruik gemaak moet word. Dit impliseer 'n informele benadering, waar eksperimente en intuïsie fundamentele boustene behoort te wees. Die werklikheid is dat hierdie "brug" tussen informele en formele meetkunde ontbreek en dat daar té gou (té vroeg) na die aksiomaties-deduktiewe benadering gespring word.

Indien aanvaar word dat intuïsie, tesame met eksperimentering, belangrike primêre pilare in meetkundeonderrig, veral in die junior sekondêre fase (standerds 5-7) uitmaak, en dat ons huidige benadering tot die onderrig van meetkunde sekere leemtes hieromtrent openbaar, kan met reg argumenteer word of nuwe of alternatiewe benaderings tot meetkundeonderrig nie sekere moontlike oplossings tot hierdie dilemma inhou nie. Indien alternatiewe benaderings kan meehelp dat 'n stewiger fondasie vir meetkundeonderrig gedurende die junior sekondêre fase gelê kan word, waar al die probleme rondom swak



prestasie, die uitvalsfer, diskriminasie van leerlingpotensiaal en groot, onhanteerbare klasse aangespreek word, kan dit net positief meehelp om die verdere probleme wat gewoonlik gedurende die senior sekondêre fase ervaar word óf te minimaliseer óf te elimineer. Alternatiewe benaderings, waar die kind opnuut blootgestel sal word aan konkrete wiskundige situasies, waar leerlinge die geleenthede gebied sal word om te help met die organisasie van leerstof, waar hulle geleenthede gegun sal word om die kuns (aktiwiteit) van matematisering te bemeester, sodat hulle bestaande wiskundige waarhede kan herontdek en waar geduld 'n deug sal word om die kind te help om van een vlak van meetkundige denke na 'n volgende vlak te vorder, hou groot moontlikhede vir meetkunde-onderrig in. Realistiese Wiskunde Onderrig is 'n benadering wat hierdie genoemde bestanddele van so 'n benadering blyk te besit. In die volgende hoofstuk word Realistiese Wiskunde Onderrig bespreek.

UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

## HOOFSTUK 2: REALISTIESE WISKUNDE ONDERRIG AS VERWYSINGSRAAMWERK

### 2.1. FREUDENTHAL EN SY WERKE

#### 2.1.1. Historiese agtergrond

Soos in die vorige hoofstuk vermeld, skyn Realistiese Wiskunde Onderrig 'n benadering te wees wat belofte inhou om die doelstellings van die sillabus van die junior sekondêre fase tot sy reg kan laat kom. Gevolglik gaan ons kyk na die oorsprong van Realistiese Wiskunde Onderrig, sowel as wat dit as benadering behels. Hans Freudenthal (17 Sept. 1905-13 Okt. 1990) word allerweë as die vader van Realistiese Wiskunde Onderrig beskou. Freudenthal "detested arm-chair pedagogy, and pleaded incessantly for mathematics for all" (Streefland, 1993). Dit is hierdie visie van hom wat meegehelp het dat hy dit as 't ware sy lewensdoel gemaak het om wyses te soek hoe om Wiskunde toeganklik en betekenisvol vir almal te maak. Hy het sy twee jong seuns met hul rekenkunde gehelp en hierdeur het hy die geleentheid gekry om op rekenkunde op primêre skoolvlak te reflekteer, veral na die Tweede Wêreld Oorlog. In sy leeftyd is hy ook beïnvloed en gemotiveer deur die werke van ander, byvoorbeeld Piaget.

Gedurende sy leeftyd het hy op verskillende Wiskundeverenigings gedien. Hy was ook instrumenteel by die stigting van die Instituut vir die Ontwikkeling van Wiskunde Onderwys

(IOWO) in 1971. Hy was ook direkteur van die IOWO. Die IOWO het die werksaamhede van die WISKOBAS-projek ('n projek wat op Wiskundeonderrig op primêre skool gekonsentreer het), wat in 1968 begin is, later oorgeneem en dit was veral in hierdie projek dat die idees ten opsigte van Realistiese Wiskunde Onderrig van Freudenthal beslag gekry het. Die WISKOBAS-projek was deur 'n groep Nederlandse opvoeders, wat aan die samestelling van die nasionale kurrikulum vir rekenkunde in die primêre skool gewerk het, geloods. Die WISKIVON-projek in Nederland het op leerplanontwikkeling op sekondêre skoolvlak gefokus. Goffree en Wijdeveld, volgens Treffers (1993) was pioniers van die WISKOBAS-projek.

In die onderstaande aanhaling is dit duidelik dat Freudenthal teen die onbeduidendheid van Wiskundeonderrig vir 'n groot deel van die gemeenskap appelleer:

....we should teach mathematics so as to be more useful (Freudenthal, 1968; p. 3.).

Hy wou hê dat Wiskundeonderrig meer betekenisvol en ook meer toeganklik vir almal gemaak moes word, veral vir diegene wat nie in elitê-beroepe, waar Wiskunde sentraal staan, opgeneem word nie. Vir Freudenthal hang betekenisvolle onderrig nou saam met die filosofie wat teenoor Wiskundeonderrig gehuldig word, soos uit die volgende woorde blyk:

there is no educator without a teaching

philosophy, or should I say, without two teaching philosophies; an explicit philosophy he (sic) confesses and an implicit one he (sic) acts out

(Freudenthal, 1971; p. 413).

Die boustene of bestanddele in Freudenthal se benadering kan soos volg aangestip word: die struktuur en aard van die leerstof, die probleem van die denkproses, Wiskunde as 'n aktiwiteit, 'n ryk konteks, matematisering, die kontinuïteit van die leerproses en die verhoging van die vlakke van refleksie. Freudenthal het nie al hierdie konsepte self gemunt nie, maar die idees van hierdie konsepte is reeds in sy vroegste werke naspeurbaar.

Realistiese Wiskunde Onderrig as benadering, het vir Freudenthal drie sentrale temas besit, naamlik matematisering, herontdekking en didaktiese fenomenologie. Hierdie temas word vervolgens toegelig.

## **2.1.2. Die drie sentrale temas**

### **2.1.2.1. Matematisering**

Wiskunde is nie net 'n aktiwiteit van probleemoplossing nie, maar moet ook gesien word as 'n aktiwiteit waar leerstof georganiseer word. Daarom noem Freudenthal dat Wiskunde 'n menslike aktiwiteit is - 'n aktiwiteit waar probleme opgelos



word, waar probleme gesoek word en waar leerstof georganiseer word. Dit sluit nie net die werklikheid (konkrete) as leerstof in nie, maar ook wiskundige leerstof (nuwe of bestaande resultate), van die self of van ander, wat in nuwe idees georganiseer moet word ten einde dit beter te kan verstaan. Hy glo dat dit belangrik is dat enige vorm van Wiskundeonderrig binne die konkrete (werklike/praktiese) konteks moet plaasvind. Daarom moet daar gewaak word teen die gebruik om klein kinders Wiskunde via aktiwiteite te leer, en om hulle daarna, sodra hulle ouer word, met 'n goed-georganiseerde, voorafvervaardigde, deduktiewe stelsel te konfronteer. Hierdie aktiwiteit van leerstoforganiserings word later met die begrip matematisering vervang, wat eintlik "verwiskundig" beteken. Sistematisering besit vir Freudenthal dieselfde semantiese inslag as matematisering. Sistematisering, 'n groot deug van Wiskunde, behoort vir kinders aangeleer te word. Freudenthal beklemtoon egter dat die aktiwiteit van sistematisering aangeleer moet word en nie die resultate daarvan nie.

Matematisering verwys na 'n aktiwiteit van organiserings en strukturerings, waardeur kennis bekom word en waarin vaardighede gebruik word om patroonmatighede, verhoudings en strukture te ontwikkel (De Lange, 1987). Binne hierdie matematisering moet ruimte vir intuïsie en refleksie gebied word.

Volgens Treffers en Goffree (De Lange, 1987, pp. 43-44) besit

matematisering twee komponente, naamlik 'n horisontale en 'n vertikale komponent.

Die horisontale komponent verwys na die volgende aktiwiteite:

- die identifisering van spesifieke Wiskunde in die algemene konteks;
- skematisering;
- die formulering en visualisering van 'n probleem op verskillende wyses;
- die ontleding van patrone en verhoudings;
- die herlewing van isomorfiiese aspekte in verskillende probleme;
- die oordra van 'n probleem in die werklikheid na 'n probleem in Wiskunde; en
- die oordra van 'n probleem in die werklikheid na 'n probleem in 'n wiskundige model.

Die vertikale komponent verwys na die volgende aktiwiteite:

- die aanbieding van 'n verhouding in 'n formule;
- patroonmatigheid word bewys;
- aanpassing en verfyning van die model;
- die gebruik van verskillende modelle;
- kombinasie en integrasie van modelle;
- formulering van 'n nuwe wiskundige konsep; en
- veralgemening.

Ter opsomming behels die vertikale komponent die beginsel dat verskillende afdelings van Wiskunde afsonderlik geleer of onderrig moet word, terwyl die horisontale komponent klem lê op die kruisverbande tussen wiskundige onderwerpe. Die betekenisvolheid van Wiskunde lê juis opgesluit in die horisontale komponent van matematisering. Die strukturele benadering besit hoofsaaklik 'n vertikale komponent. Vir wiskundige materiaal om betekenisvol te wees, moet aandag aan beide die vertikale en horisontale komponente geskenk word, aldus De Lange. De Lange verfyn die konsep verder tot konsepsuele matematisering - 'n proses waar vanaf die werklikheid (konkrete) na wiskundige konsepte via die sosiale konteks beweeg word. Die twee komponente word egter altyd verweef.

Vertikale of horisontale matematisering word grootliks beïnvloed deur:

- hoe leerlinge werklike situasies sien;
- leerlinge se vaardighede;
- leerlinge se interaksie met die leerstof; en
- leerlinge se probleemoplossingsvermoëns.

Die onderwyser se benadering tot sy/haar onderrigstrategieë bevat op een of ander wyse elemente van hierdie vertikale en horisontale komponente - somtyds van een óf albei óf geeneen van die twee nie. Volgens die literatuur is daar vier benaderings wat in die onderrig van Wiskunde gebruik word, te

wete:

- die meganiese benadering;
- die empiriese benadering;
- die strukturalistiese benadering; en
- die realistiese benadering.

In die volgende paragrawe sal daar kortliks op die verskillende benaderings tot Wiskundeonderrig ingegaan word, en daar sal ook gekyk word in hoeverre die twee genoemde komponente hulleself in die verskillende benaderings vergestalt.

Die meganiese benadering in Wiskundeonderrig beskou die mens as 'n tipe rekenaar wat deur oefening geprogrammeer moet word om sekere rekenkundige en algebraïese operasies uit te kan voer. Hierdie benadering verwag ook van die mens om patroonmatighede tussen woord- en toepassingsprobleme raak te kan sien ten einde dit te kan oplos. 'n Groot nadeel van hierdie benadering is dat insig in die leerstof verlore kan raak, met ander woorde die betekenisvolheid van wiskundige inhoud bly sodoende in die slag.

Die empiriese benadering, met sy oorsprong in die Britse onderrigmetodes, is 'n baie veelsydige benadering. Dit voorsien aan die leerder gereedskap waarmee hy/sy konkrete aktiwiteite kan aanpak en oplos. Hierdeur word die kind bewus gemaak van sy/haar alledaagse omgewing, dog soos gesien uit



die oog van 'n volwassene. Hierdie benadering faal dus daarin om die kind toe te rus om sy/haar omgewing op 'n rasionele wyse te sien en te ervaar.

Die strukturalistiese benadering glo aan 'n "super" struktuur waarop sy werkswyses en onderrigmetodes geskoei is. Hierdie benadering lê klem op die belangrikheid van die uiteensetting van werk, die logiese beredenering van stappe en die lyn van logika wat vanaf die begin tot die einde (gewoonlik die antwoord) waarneembaar moet wees. Hierdie benadering het dikwels tot gevolg dat die verband tussen realiteit en abstraksie, tussen formele en informele Wiskunde, in die onderrigproses verlore kan raak, waardeur die relevansie en betekenisvolheid van leerinhoud weer bevraagteken word.

Die realistiese benadering glo dat Wiskunde, uit beide 'n historiese en individuele oogpunt, by die werklikheid (konkrete) behoort te begin. Wiskundige strukture moet uit die werklikheid self verrys. Hierdie wiskundige strukture is nie onveranderbaar of stagnant nie. Inteendeel, dit verander gedurig afhangende van die individuele of kollektiewe betrokkenheid in die leer- en onderrigproses. Die leerder moet aktief betrokke wees by die totstandkoming van hierdie wiskundige strukture. In hierdie benadering is dit ook belangrik dat die leerder sy ervarings moet kan verwoord, ten einde beter insette te kan lewer.

De Lange stel vervolgens hierdie idees van Treffers en Goffree

ten opsigte van die verskillende meetkunde-benaderings in terme van hul horisontale en vertikale komponente skematies voor. Die "+"-teken impliseer dat daar baie aandag aan die komponent bestee word en 'n "-"-teken vir min of geen aandag.

Skematies lyk dit so:

BENADERING	HORISONTALE KOMPONENTE	VERTIKALE KOMPONENTE
EMPIRIES	+	-
REALISTIES	+	+
STRUKTURALISTIES	-	+
MEGANIES	-	-

UNIVERSITY *of the*  
(De Lange, 1987; p. 101)  
 WESTERN CAPE

Uit hierdie voorstelling is dit duidelik dat die realistiese benadering beide sterk horisontale en vertikale komponente besit. Die strukturalistiese benadering, wat meestal huidig in ons skole gebruik word, lê klem op die vertikale komponent, terwyl min of geen aandag aan die horisontale komponent gegee word.

#### 2.1.2.2. Herontdekking

Wiskunde op skoolvlak is nie nuwe Wiskunde nie. Dit is ou,

bekende feite. Een manier hoe hierdie Wiskunde vir die kind weer nuut/betekenisvol/sinvol gemaak kan word, is om vir hom/haar die geleentheid te skep om dié Wiskunde te (her-)ontdek.

Opvoeding omsluit vir Freudenthal 'n wyse om antwoorde te ontdek. Freudenthal bou op wat Comenius, 'n aanhanger van Socrates, gesê het: "The best way to teach an activity, is to show it" (Freudenthal, 1971; p. 14). Freudenthal gaan egter 'n bietjie verder as Comenius, deurdat hy glo dat: "The best way to learn an activity is to perform it" (Freudenthal, 1971; p. 414). Iemand wat leer om te swem, sal dit alleenlik baasraak as hy/sy dit self doen. Hy glo dus dat daar vir die kind geleenthede geskep moet word, om deur sy/haar eie aktiwiteite Wiskunde te herontdek en om dit sodoende te leer en te waardeer.

Die volgorde waarin die onderrigproses plaasvind, is vir hom van kardinale belang. Hy glo in 'n orde waarin aktiewe leer en herontdekking teorie-vorming moet voorafgaan en dat die kind aktief in hierdie prosesse betrek moet word. In dié orde pas die kind onbewustelik nuwe reëls toe, totdat hy/sy op 'n stadium gedurende die leerproses van hierdie reëls bewus word, met ander woorde hy/sy "ontdek" die reëls. Die aktiwiteite en les-materiaal wat gebruik word en die organisering van die aktiwiteite moet egter van so 'n aard wees dat dit die hele proses sal fasiliteer. Deur die struktuur van die leerstof te analiseer, skakel hy/sy oor om sy/haar eie wiskundige



aktiwiteit(-e) te analiseer. Sodoende ontdek en begryp hy/sy die reëls van sy/haar aktiwiteit. Hierdie reëls word dan mettertyd meer bewustelik toegepas. Hierdie proses vergelyk Freudenthal met Van Hiele se vlakke waardeur die leerproses plaasvind. Die verworwe kennis van die een vlak dien dan as leerstof vir aktiwiteite op die volgende vlak. Die laagste vlak, vir Freudenthal dié van aktiwiteit, beskou hy as 'n verpligte voorvereiste vir enige afdeling van Wiskunde.

Die suksesvolle implementering van Realistiese Wiskunde Onderrig hang nou saam met die ontwikkeling van leermateriaal (hulpmiddels). Leermateriaal moet betekenisvol en relevant gemaak word. Die leermateriaal moet as't ware die benadering van Realistiese Wiskunde Onderrig fasiliteer. Daarom dat hy ook ernstige bedenkinge oor handboeke het, omdat handboeke met heeltemal ander doelstellings geskryf word as juis dié doel om Wiskunde betekenisvol te maak. Deur die eeue heen het Wiskunde self 'n onderwerp van matematisering geword, en hierdie verskynsel word ook in handboeke gereflekteer. Wiskunde is veronderstel om die matematisering van die werklikheid (konkrete) te behels. Hierdie aktiwiteit (matematisering van die werklikheid) moet dus uitgebrei word om uiteindelik matematisering van Wiskunde self in te sluit. Sodoende behoort 'n handboek geskryf te kan word wat wel relevant vir onderrig binne die konkrete teks sal wees.



### 2.1.2.3. Didaktiese fenomenologie

Freudenthal se beginsel van herontdekking word deur didaktiese fenomenologie aangevul. Didaktiese fenomenologie beskryf watter leerstof of reële verskynsel georganiseer of gematematiseer moet word. Volgens Freudenthal hang didaktiese fenomenologie nou saam met sy siening van die leerproses. Die basis van sy fenomenologie is mentale voorwerpe (mentale objecten). Sy didaktiese fenomenologie verwag dus dat die ontwerper van leer materiaal verskynsels in die werklikheid sal probeer opsoek, waarmee die leerling gekonfronteer kan word en wat hom/haar sal uitlok om mentale voorwerpe te vorm. By die vorming van hierdie mentale voorwerpe kom die leerling se organisasie van sy/haar Wiskunde ter sprake. Hierdie organisering van Wiskunde lê dan die grondslag van begripsvorming. Saam met die beginsel van herontdekking, baan didaktiese fenomenologie die weg vir die ontwikkeling van materiaal waarin die matematiseringsproses suksesvol tot sy reg behoort te kom.

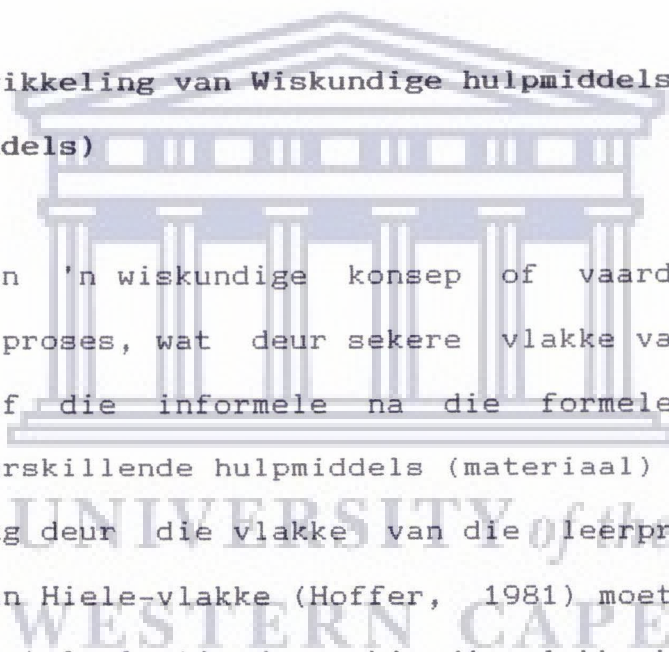
### 2.2. VYF BEGINSELS VAN REALISTIESE WISKUNDE ONDERRIG

Realistiese Wiskunde Onderrig is verder uitgebrei deur Freudenthal se volgelinge. Uiteindelik is daar vyf onderrig-beginsels ontwikkel waarop hierdie benadering tans fungeer. Beide Streefland (1990) en Treffers (1989) onderskryf hierdie vyf beginsels, naamlik:

### 2.2.1. Wiskundige konstruksies moet deur die konkrete gestimuleer word

Konkreet verwys na werklikheid - die werklikheid waaraan die leerling gewoond is en wat binne sy ervaringswêreld lê. Konteks bied ook geleentheid tot konkrete situasies. Die konkrete bied aan die leerling die geleentheid om te verken en te ontdek.

### 2.2.2. Die ontwikkeling van Wiskundige hulpmiddels (leermiddels)



Die aanleer van 'n wiskundige konsep of vaardigheid is 'n longitudinale proses, wat deur sekere vlakke van abstraksie gaan. Om vanaf die informele na die formele Wiskunde te beweeg, kan verskillende hulpmiddels (materiaal) gebruik word om die leerling deur die vlakke van die leerproses te dra. Volgens die Van Hiele-vlakke (Hoffer, 1981) moet 'n leerling kronologies en stelselmatig deur hierdie vlakke begelei word. De Lange (1987) waarsku dat daar nie te vroeg geformaliseer moet word nie. Selfs J M Shaughnassy en W F Burger (1985) noem dat die sekondêre skool-leerling meetkunde vir omtrent 'n halwe jaar sonder bewys moet doen. Geleenthede moet geskep en hulpmiddels moet in die klaskamer voorsien word, ten einde dit vir die leerling makliker te maak om deur hierdie vlakke van abstraksie te beweeg. Die onderwyser moet uiters sensitief teenoor hierdie vlakke-ontwikkeling van die leerling staan.

### 2.2.3. Vrye produksies en refleksie moet gestimuleer word

Refleksie van eie denkprosesse, asook dié van ander, bied aan die leerling geleentheid om die vlak of vordering van die leerproses te kan bepaal. Geleentheid tot refleksie moet dus binne die leerproses geskep word. Leerlinge moet kan reflekteer oor aspekte wat alreeds gebeur het, maar moet ook in staat kan wees om sekere aspekte en prosesse te kan antisipeer. Die proses van refleksie kan deur konfliktsituasies, byvoorbeeld debat, aangehelp word. Dit wat die leerling self ontdek, is vir hom/haar meer geloofwaardig en onthou hy/sy ook langer.

### 2.2.4. Stimuleer die sosiale aktiwiteit van leer deur interaksie

Realistiese Wiskunde Onderrig as benadering huldig die siening dat die leerproses sover moontlik nie net tot die individu beperk moet word nie. 'n Sosiale konteks binne die leerproses is noodsaaklik. Besprekings, debatering en evaluering is dus noodsaaklike prosesse tydens leer. Sosiale interaksie skep geleentheid vir die uitruil van kennis en idees, die vergelyk van werkswyses en bied geleentheid vir die refleksie van denkprosesse. Lampert (1990) noem dat selfs die rolle van leerling en onderwyser in die klaskamer omgeruil moet word, sou dit nodig wees om hierdie kultuur van sosiale aktiwiteit te handhaaf.

### 2.2.5. Verwewing en integrering van onder-afdelings met die doel om wiskundige strukture te bou

Die leer van Wiskunde behoort ook ten doel te hê die bymekaarbring van die verskillende afdelings van Wiskunde tot 'n gestruktureerde eenheid. Hierdie gestruktureerde eenhede van kennis is onderworpe aan voortdurende verandering en aanpassing.

Bogenoemde vyf onderrigbeginsels van Realistiese Wiskunde Onderrig skyn 'n verband met onderrigbenaderings, wat op konstruktiewisme gegrond is, te hê. Vervolgens word kortliks gekyk na wat konstruktiewisme behels en watter verband dit met Realistiese Wiskunde Onderrig het.

### 2.3. KONSTRUKTIWISME SE VERBAND MET REALISTIESE WISKUNDE ONDERRIG

Konstruktiewisme, met sy oorsprong in Piaget se genetiese epistemologie, berus op die volgende vertrekpunte:

- Kennis word deur die persoon gekonstrueer.
- Hierdie kennis word onderwerp aan voortdurende aanpassing, met ander woorde die persoon se ervaringswêreld word voortdurend herstruktureer.
- Kennis van ervarings word gekonsepsualiseer in 'n proses



waar kommunikasie belangrik is.

[Killpatrick (1987), Ernest (1991) en Von  
Glasersveld (1987)]

Daar is onderrigbenaderings wat die vermeldde uitgangspunte van konstruktiewisme as basis gebruik. Die vertrekpunte van hierdie benaderings word vervolgens meer breedvoerig bespreek:

In die konstruktivistiese benadering word vanaf die uitgangspunt gewerk dat die leerling in die klas kennis ('n ervaringswêreld), van watter aard ookal, besit. Die onderwyser moét sensitief teenoor dié kennis (ervaring) van die leerling staan, en moet dit probeer agterhaal sodat hierdie ervaring (kennis) as vertrekpunt kan dien om, deur aktiwiteite, verdere kennis te konstrueer. Om die kennis van die leerling te probeer agterhaal, impliseer verder ook dat kommunikasie, meer spesifiek taalgebruik, tydens die onderrigproses te berde sal kom. Taal is die rigmiddel gedurende die aanleer of oordra van kennis. Die kind, as sosiale wese, groei in 'n gemeenskap op (sy/haar sosiale konteks), waar hy/sy taal aanleer. Wanneer die kind dus in die skool kom, beskik hy/sy oor sy/haar eie verwysingsraamwerk ten opsigte van sy/haar taal, met ander woorde hy/sy heg sekere subjektiewe betekenis aan taal gebaseer op sy/haar sosiale ervarings. Die betekeniswêreld van die leerling se taal bots somtyds met die betekeniswêreld van taal in die klaskamer - 'n aspek waarvoor die onderwyser sensitief moet wees. Kommunikasie speel dus 'n belangrike rol in die konstruksie en herorganisering van kennis. Kommunikasie

is bevredigend alleenlik indien die kommunikeerder se voorstellings versoenbaar is met óf die sosiale konteks óf met die aanhoorder se verwagtings. Lampert (1990) noem dat selfs by die gebruik van sekere woorde of begrippe soos byvoorbeeld "think", "revise", "explain", "answer", ensovoorts, daar by die leerling outomaties sekere aktiwiteite (planne van aksie) opgeroep behoort te word. Hierdie aktiwiteite kan alleenlik outomaties by die leerling opgeroep word indien daar deurlopend in die klaskamersituasie of onderrigsituasie goeie en verstaanbare rapport tussen onderwyser en leerling bestaan en as hierdie begrippe deel is van die alledaagse taalgebruik binne die sosiale konteks van die onderrigproses. In die proses om die leerling se (taal-)kennis en die semantiese aspek daarvan te agterhaal, speel die sosiale konteks en veral die verhouding tussen onderwyser en leerlinge 'n belangrike rol. Leerlinge behoort die vrymoedigheid te hê om sonder enige inhibisies of sonder om blootgestel te voel, aktief deel te neem aan die onderrigproses. Die onderwyser moet doelgerig daarna strewende om hierdie sosiale konteks binne die klaskamer-kultuur te vestig, sodat daar deurgaans goeie rapport tussen onderwyser en leerlinge binne die klaskamer en tydens die onderrigproses kan heers. Lampert lê besonder klem op die belangrikheid van die leerling-onderwyser-interaksie binne die sosiale konteks van die klaskamer. Voorts beklemtoon sy ook die volgende:

At every level of schooling,... students should be making conjectures, explaining

their reasoning, validating their assertions, and discussing and questioning their own thinking and that of others.

Die ontwikkeling van wiskundige kennis impliseer verder die vermoë om voortdurend nuwe resultate na te streef. Volgens Piaget is die nastreef van nuwe resultate, 'n operatiewe proses. In die operatiewe proses word daar van refleksie gebruik gemaak. Refleksie, volgens Von Glasersveld (1987), is die "ability of the mind to observe its own operations" (p. 11). Deur die leerling die geleentheid te bied om op sy/haar eie denkwyse (operatiewe prosesse), asook op dié van ander, tydens die onderrigproses te reflekteer, word hy/sy die geleentheid gebied om sy/haar eie proses van kennis-konstruksie voortdurend te evalueer, hersien en aan te pas indien nodig. Refleksie kan dus nuttig in die onderrigproses aangewend word om die operatiewe prosesse van die leerling te agterhaal. Daar is verskillende aktiwiteite wat aangewend kan word om die beginsel van refleksie tot sy reg te laat kom, byvoorbeeld debatte, goedgerigte vrae, onderhoude, kritiese bevraagtekening van eie asook ander se leerwyses, evaluering, ensovoorts.

Die begrip refleksie soos deur Von Glasersveld (1987) gedefinieer word, stem dus ooreen met die derde beginsel van Realistiese Wiskunde Onderrig (sien paragraaf 2.2.3). Refleksie bied ook vir die leerling die geleentheid om in die klaskamer, binne die sosiale konteks, betrokke te raak in die



ontwikkeling en totstandkoming van reëls/werkswyses. Sodoende raak die verworwe kennis vir hom/haar meer sinvol en meer geloofwaardig.

Ter opsomming kan die volgende gesê word: Kennis word deur die individu gekonstrueer. Gedurende die proses van konstruksie word daar van refleksie van eie asook ander se operatiewe prosesse gebruik gemaak. Deur van refleksie gebruik te maak, word die kennis wat sodoende verwerf word, voortdurend hersien en aangepas. Deur die hele proses speel kommunikasie (taal binne die sosiale konteks) 'n belangrike rol. Daar is dus beslis raakpunte tussen konstruktivistiese onderrigbenaderings en Realistiese Wiskunde Onderrig, indien bogenoemde aspekte in ag geneem word.

#### 2.4. 'N TEORETIESE VERWYSINGSRAAMWERK VIR HIERDIE ONDERSOEK

Ten besluite word kortliks 'n verwysingsraamwerk aangebied, waarbinne die doel van hierdie ondersoek sal val. Hierdie ondersoek val binne 'n raamwerk met die volgende beginsels as vertrekpunte:

2.4.1. Wiskundige kennis word deur die individu gekonstrueer.

2.4.2. Hierdie konstruksies gebruik die konkrete (werklikheid) as vertrekpunt.

2.4.3. Kennisverwerwing word gesien as 'n aktiwiteit waar leerstof sodanig georganiseer word om die kind te lei vanaf die konkrete (informele) na die abstrakte



(formele). Hierdie aktiwiteit(-e) moet genoeg ruimte aan die leerling vir selfdoen en ontdekking bied.

2.4.4. Leermiddels moet ontwikkel word om leerlinge vanaf die informele na die formele te lei.

2.4.5. Die sosiale konteks waarbinne die aktiwiteite val, is belangrik. Ruim geleentheid tot vrye produksies en refleksie moet dus, binne hierdie sosiale konteks, aan die leerling geskep word.

Deur hierdie teoretiese verwysingsraamwerk te gebruik, word daar in die volgende hoofstuk veral klem gelê op die ontwikkeling van leermiddels (sien paragraaf 2.4.3 en 2.4.4 hierbo), ten einde te kan evalueer, indien hierdie leermiddels in die klaskamer gebruik sou word, in hoeverre die ander beginsels van Realistiese Wiskunde Onderrig tot hul reg kom. In hoofstuk 3 word die ontwikkeling van leermiddels en die wyse van implementering bespreek.

UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

## HOOFSTUK 3: NAVORSINGSMETODOLOGIE

### 3.1 INLEIDING

Die konstruksie van die leerling se kennis (ervaringswêreld), in die lig van die konstruktivistiese uitgangspunt, impliseer dat die leerling met aktiwiteite gekonfronteer moet word, waartydens die leerling se bestaande of reeds-verworwe kennis (wat dan as konkrete konteks dien) óf aangevul óf verander word. Sodoende word die leerling se ervaringswêreld óf verbreed óf verander. Een van die vyf beginsels waarop Realistiese Wiskunde Onderrig rus, is die ontwikkeling van leermiddels (vergelyk paragraaf 2.2.2). Die ontwikkeling van leermiddels dien om die konkrete konteks te verskaf. Daarom was die ontwikkeling van leermiddels 'n belangrike onderdeel van hierdie ondersoek. Dit was juis in hierdie soeke na toepaslike leermiddels, dat ontwikkelingsonderzoek ter sprake gekom het. In die volgende paragraaf word hierdie begrip breedvoerig toegelig.

### 3.2 ONTWIKKELINGSONDERSOEK

Volgens Van Eerde (1988) het ontwikkelingsonderzoek, 'n tipe navorsingsprogram, in die tweede helfte van die 70-er jare begin en word dit al meer in vakdidakties-georiënteerde ondersoeke gebruik, waar die klem op die ontwikkeling van onderwysmateriaal lê. Goffree (1985) het die begrip gemunt. Die betekenis wat Goffree aan die woord toegedig het, was:

ondersoek met 'n sterk ontwikkelingskomponent - waar die ondersoekresultate kurrikulumontwikkeling moes bevorder, asook dat dit vir toepassing in die praktyk gebruik moes word. Die ontwikkelingskomponent van ontwikkelingsondersoek verwys nie slegs na les-materiaal nie, maar dit hou ook verband met die ondersoek en bou van teorië, asook die oplos van probleme en vrae wat tydens die ontwikkelingsondersoek te voorskyn mag tree.

Die woord ontwikkelingsondersoek omvat die begrippe ontwikkeling en ondersoek wat, volgens Freudenthal (1988), onlosmaaklik tot mekaar verbind is. Dit is begrippe wat mekaar siklies in die onderwysproses aflos - hoe korter die siklus, hoe meer effektief is dit. Die ondersoek omsluit die analise, bewusmaking en verwerking van die gevolgtrekkings van ontwikkelingswerk - soos dit aan die werklikheid getoets word. Freudenthal vang ook die konsep ontwerp in ontwikkelingsondersoek op - 'n konsep wat hy amper ekwivalent aan teorie stel. Juis omdat ontwikkelingsondersoek 'n sterk ontwikkelingskomponent behoort te hê (volgens Goffree, 1985), maak ontwerp 'n belangrike deel van hierdie ondersoek uit. Die ontwerp kan 'n bepalende invloed op die resultaat (produk) en die proses van die ondersoek hê. Omdat dit 'n sikliese proses is, sal die produk en proses van een fase van die ontwikkelingsondersoek outomaties die ontwerp van die daaropvolgende fase van die ontwikkelingsondersoek beïnvloed. Freudenthal vat ontwikkelingsondersoek soos volg saam: Dis 'n sikliese proses van ontwikkeling en ondersoek, wat op 'n

bewuste wyse ervaar, verwoord en verantwoord moet word, sodat hierdie ervaring van die ontwikkelingsonderzoek aan ander oorgedra kan word asof hulle dit mede-ervaar het.

Alhoewel daar verskille by die verskillende outeurs oor die aard en kenmerke van ontwikkelingsonderzoek bestaan, is daar definitief fundamentele coreenkomste, naamlik:

- ontwikkelingsonderzoek het ten doel 'n verbetering van die praktyk;
- dit lê groot klem op vakinhoud;
- teorie en praktyk word in verband gebring - praktyk moet teorie voorafgaan;
- verskillende metodes binne ontwikkelingsonderzoek is moontlik;
- daar moet samewerking tussen ondersoekers/ontwikkelaars en praktykmense wees; en
- die proses is siklies van aard.

Soos reeds vermeld, rus die metode van werkswyse van hierdie studie swaar op die begrip ontwikkelingsonderzoek. Hierdie studie word inderdaad as die eerste fase van die ontwikkelingsonderzoek beskou, naamlik die eksplorasië-fase (vergelyk Streefland, 1988), wat uiteindelik hopelik 'n bydrae tot leerplanontwikkeling kan lewer. In 'n land waar onderwys (vir swartmense) in die verlede uitgelewer was om die eise van apartheid in stand te hou, sal dit in die post-apartheid era, wat ons na 27 April 1994 betree het, 'n geweldige uitdaging



wees om leerplanne te herskryf, of liever te (her-)ontwikkel wat aan die eise van ons tyd sal kan voldoen. Dit sal gedoen móét word, veral omdat dit juis die aard en inhoud van leerplanne was (sien paragraaf 1.3.4.), wat swartmense akademies agtergehou en benadeel het. Leerplanne sal dus ontwikkel moet word wat betekenisvol vir leerlinge sal wees en wat by die vermoëns van die leerlinge pas. In hierdie hele proses kan daar nuttig en met groot vrug van ontwikkelings-ondersoek gebruik gemaak word.

Leermateriaal, wat op die onderrig van driehoëke in standerd 6 fokus, is vir hierdie ondersoek ontwerp. Die hele proses van ontwerp, implementering en evaluering van die aanvanklike materiaal, word die eerste eksperiment genoem. Die eerste eksperiment is in 'n standerd 6-klas geïmplementeer en geëvalueer. Die bevindinge, soos verkry is uit die evaluering van die eerste eksperiment, is gebruik vir die verdere ontwerp van die leermateriaal wat in die tweede eksperiment gebruik is. Hierdie hersiene weergawe van die ontwerpte leermateriaal is toe in 'n tweede standerd 6-klas geïmplementeer en geëvalueer. Die tweede fase van die ontwikkelingsondersoek is die tweede eksperiment genoem. Ons vind dus twee eksperimente binne hierdie ontwikkelingsondersoekraamwerk. Die leermateriaal het dus deur twee fases gegaan.

### 3.3. DATA VIR ANALISE

Die fisiese materiaal wat uiteindelik vir die doel van analise

gebruik is, sluit die volgende in:

- die werkblaaie van die leerlinge (uit beide die eerste en tweede eksperimente);
- aantekeninge van observasies gemaak tydens die aanbieding van beide eksperimente;
- gesprekke met leerlinge - individueel en in groepsverband;
- foto's geneem tydens die aanbieding van die lesmateriaal (foto's word aangeheg as bylae 5); en
- insette vanaf ander waarnemers (Cyril Julie, Aad Goddijn, George Schoemaker en Rosy Toorn gedurende die eerste en Kaamil Scheepers tydens die tweede eksperiment).

Die volledige werksywyses rondom die insameling en evaluering van data, dit wil sê 'n beskrywing van die eerste en tweede eksperimente word volledig in die volgende twee hoofstukke onderskeidelik beskryf. Vervolgens word daar na die twee eksperimente in hoofstukke 4 en 5 onderskeidelik gekyk.

## HOOFSTUK 4: DIE EERSTE EKSPERIMENT

### 4.1. MATERIAAL GESKOEI OP REALISTIESE WISKUNDE ONDERRIG

Indien onderrig geskoei moet word op Realistiese Wiskunde Onderrig, is dit ewe belangrik dat die materiaal wat gebruik word, van so 'n aard sal wees dat dit die onderrigbeginsels van Realistiese Wiskunde Onderrig reflekteer. Een van die beginsels van Realistiese Wiskunde Onderrig vereis dat daar so ver as moontlik van die konkrete konteks as vertrekpunt gebruik gemaak moet word ((sien paragraaf 2.2.1.)). Die matematiseringsproses van die werklikheid/konkrete is in Realistiese Wiskunde Onderrig belangrik. Gevolglik is gepoog om materiaal te ontwerp wat ook geskik sou wees om die matematiseringsproses te fasiliteer.

Ten einde aan bovermelde idees inhoud te gee, was dit dus noodsaaklik om in hierdie ondersoek materiaal te ontwerp en te gebruik wat sou voldoen aan die beginsels van Realistiese Wiskunde Onderrig. Kykmeetkunde, wat tans in Nederlandse skole gebruik word, is as geskikte materiaal geëien vir gebruik in die opstel van die leermateriaal vir hierdie ondersoek. Kykmeetkunde, as deel van die kurrikulum, is deur die Freudenthal Instituut aan die Universiteit van Utrecht vir leerlinge in die ouderdomsgroep 12-16 jaar ontwerp. Indien dié ouderdomsgroep in ag geneem word, behoort kykmeetkunde dus geskik te wees vir onderrig aan leerlinge in standerds 5-7 in Suid-Afrikaanse skole. 'n Paar aspekte van Kykmeetkunde word

ter wille van opheldering aangesny en toegelig.

## 4.2. KYKMEETKUNDE

Kykmeetkunde konsentreer hoofsaaklik op die verband tussen afbeelding en werklikheid, asook die rol wat kyk self daarby speel. Kykmeetkunde omsluit ses belangrike elemente of temas, naamlik:

### 4.2.1. Die kyklyn

Lyne vorm die kern van konstruksies. Kyk, vanaf die oog na 'n voorwerp, het met reguitlyne te make. Hierdie lyn vanaf die oog, soos daar na 'n bepaalde voorwerp gekyk word, heet die kyklyn.

### 4.2.2. Die rol wat plek (posisie) speel

Die plek waar 'n persoon staan wanneer daar na 'n voorwerp gekyk word, speel 'n belangrike rol. Dieselfde voorwerp, gesien vanaf verskillende posisies, sal verskillend waargeneem en gevolglik verskillend geteken (afgebeeld) word.

### 4.2.3. Die kykhoek

Die hoek wat gevorm word deur die twee kyklyne waarmee 'n persoon na 'n voorwerp kyk, word die kykhoek genoem. Die grootte van die voorwerp beïnvloed die grootte van die



kykhoek.

#### 4.2.4. Aansigte

Voorwerpe word geteken, in terme van vorm, afhangende van die aansig waarvan of die hoek waaruit daar na die voorwerp gekyk word. Die teken en gebruik van aansigte is 'n manier om sekere verskynsels, wat na vore kom wanneer daar na sekere voorwerpe gekyk word, te verklaar.

#### 4.2.5. Soorte afbeeldings

Wanneer voorwerpe op 'n tekening afgebeeld word, gaan sekere informasie verlore, veral wanneer daar uit verskillende aansigte na die voorwerp gekyk word. Kykmeetkunde gaan dus ook oor die verband tussen ruimte en afbeelding, die tegniek wat gebruik word om die afbeelding te maak en oor die tipe afbeeldings wat wel gebruik kan word.

#### 4.2.6. Konstruksie

Kyklyne wat 'n bepaalde gebied omsluit, vorm uiteindelik 'n konstruksie. In Kykmeetkunde vind ons verskillende konstruksies.

Kykmeetkunde is egter net 'n onderdeel van die kurrikulum 12-16 jaar, soos wat dit in Nederland gebruik word. Dit word vervleg met ander aspekte van meetkunde. Ook maak Kykmeetkunde

van lig en skadu gebruik om aansigte verder op te helder. Dié deel van 'n voorwerp wat vanuit 'n bepaalde punt gesien en geteken kan word, val binne die ligkonteks. Die ander deel van die voorwerp, wat op dieselfde tydstip nie gesien óf geteken kan word nie, val binne die skadukonteks. Kykmeetkunde is 'n afdeling van Wiskunde wat stelselmatig opgebou moet word.

Met Kykmeetkunde as basis vir die ontwikkeling van leermateriaal vir hierdie ondersoek, word daar voorts gekyk na hoe die materiaal, wat uiteindelik in die klaskamer gebruik is, tot stand gekom het.

#### 4.3. DIE ONTWIKKELING VAN DIE LEERMIDDELS

Ek en Cyril Julie het Aad Goddijn en George Schoemaker op Maandag, 13 April 1993 in Nuweland, Kaapstad ontmoet. Aad en George was toe op 'n akademiese besoek aan Suid-Afrika. Beide Aad en George is aan die Freudenthal Instituut van die Universiteit van Utrecht verbonde en albei was ook betrokke by die navorsing, eksperimentele toepassing en opstel van 'n Wiskundekurrikulum, geskoei op die beginsels van Realistiese Wiskunde Onderrig, vir leerlinge in die ouderdomsgroep 12-16 jaar in Nederlandse skole. Dit is dus nie vreemd dat die materiaal wat uiteindelik opgestel is nie, Kykmeetkunde as grondbasis het nie. Die materiaal het uit werkblaaie (vir leerlinge) en 'n onderwysersgids (om die onderwyser met aanbieding te help) bestaan.

Teen 14 April 1993 was die materiaal voltooi en het die materiaal van die eerste eksperiment uit ses werkblaaie en 'n onderwysersgids bestaan. Die werkblaaie en onderwysersgids word onderskeidelik as bylae 1 en 2 aangeheg.

#### 4.4. DIE IMPLEMENTERING VAN DIE EERSTE EKSPERIMENT

Vir die doel van implementering het ons 'n standaard 6-klas aan die Hoërskool Beacon Hill in Mitchell's Plain gebruik. Dié skool bestaan hoofsaaklik uit sogenaamde "bruin" leerlinge. Die skool Beacon Hill is in Beacon Valley, een van die woonareas in Mitchell's Plain, geleë. Die leerlinge wat aan die eksperiment deelgeneem het, kom dus uit 'n gemeenskap waar die sosio-ekonomiese vlak laag is en waar werkloosheid en bende-bedrywighede aan die orde van die dag is. Dit gee 'n idee van die tipe leerling wat aan die eksperiment deelgeneem het. Die Wiskunde-onderwyseres, Rosy Toorn, was ook by die aanbieding betrek. Die werkblaaie, onderwysersgids, en moontlike wyse van aanbieding is vooraf deeglik met die betrokkenes (die leerlinge uitgesluit) bespreek. Die ses werkblaaie is oor sewe periodes (35 minute elk) versprei. Omdat die materiaal plek-plek vir groepaktiwiteite voorsiening maak, is die klas (bestaande uit 36 leerlinge) op 'n ewekansige wyse in 9 groepe van 4 elk verdeel.

Ek en Rosy het onderskeidelik die lesse aangebied, terwyl Cyril, Aad en George observasies gedoen het en veral ook by



groepaktiwiteite betrokke geraak het. Die lesse is vanaf 16 April 1993 tot 22 April 1993 aangebied. Ten einde nie inbraak te maak op die klas se eie werksprogram nie, is daar ook van nie-akademiese periodes, byvoorbeeld Liggaamlike-Opvoeding-, Musiek- en die Biblioteek-periode gebruik gemaak.

Tydens die aanbieding is elke leerling van die nodige materiaal voorsien: werkblad, pen, potlood, uitveër, liniaal en gradeboog. Leerlinge is individueel, maar soms in groepsverband met die leerstof gekonfronteer. Somtyds is die praktiese aktiwiteite onderbreek of afgewissel met toeligting deur die onderwyser. Die voltooide werkblaai is óf in groepsverband óf in die groter klassituasie bespreek. Aan die einde van elke aktiwiteit en les het ek, tesame met insette van die res van die klas, 'n opsomming van die belangrikste aspekte van die betrokke aktiwiteit of les gegee.

#### 4.5. BESPREKING VAN DIE VERLOOP VAN DIE EERSTE EKSPERIMENT

Die eerste eksperiment se werkblaai getuig van situasies en voorbeelde wat glad nie vreemd vir die leerlinge is nie. Dit is aspekte uit hul alledaagse lewe; aspekte wat hulle daagliks sien, byvoorbeeld die gebruik van die duim en die hand in sekere aktiwiteite. Hierdie bekende aspekte bring hulle egter weinig in verband met die Wiskunde wat hulle in die skool doen. Die leerlinge kon dus met die praktiese oefeninge identifiseer. Beide die handspan- en die duimsprong-oefening was relevante oefeninge. Die implementering van die



werkblaaie, asook die evaluering van die leerlinge se bydrae tydens die klaskamergebeure sal vervolgens afsonderlik bespreek word.

### Werkblad A, B en C

Werkblaaie A en B, wat albei met die duimsprong verband hou, het nogal interessantheide na vore gebring. Op die vraag waarom die strepies regs van die oorspronklike streep verskil (sien Werkblad B, vraag 4), het leerlinge verskillende redes aangedui. Alhoewel van die gegewe redes nie werklik verbandhoudend met die vraag is nie, is dit nie vergesogte redes wat deur die leerlinge verskaf is nie. Dit hou immers verband met die bestanddele van die praktiese aktiwiteite waaraan die leerling deelgeneem het. Leerlinge dui in hul antwoorde aan dat verskillende oë en duime (grootte, posisie, ensovoorts) die oorsaak is vir die klaarblyklike spring van die duim. Hierdie redes klink amusant, maar dit getuig ten minste van die praktiese observasies wat, volgens die leerlinge, saak maak aan die uitslag van die aktiwiteit. Die begrip van veranderlikes kom hier ter sprake. Dit is duidelik dat sommige leerlinge nie tussen afhanklike en onafhanklike veranderlikes kan onderskei nie (vergelyk veral die werk van die leerlinge in figure 4.1, 4.2 en 4.3). Hierdie werkblaaie bied dus ook ryk toepassingsmoontlikhede om leerlinge oor die aspek van veranderlikes toe te lig en te onderrig. Die beginsel van Realistiese Wiskunde Onderrig om die onderafdelings van Wiskunde met mekaar te verweef, kan dus nuttig

hier tot sy reg kom.

Ons duim is nie ewe groot nie. Is nie ewe dik. nie en ewe lank nie. Almal kyk op verskillend plekke van hulle duim. As jy verstaan dan gaan jou oog nog verder spring.

FIG. 4.1

- (1) Dit is amper of jou duim verstuiw.
- (2) Almal is nie dieselfde hoogte nie.
- (3) Die gesondheid van jou oë is nie dieselfde nie.
- (4) Almal se duime beweeg nie op dieselfde afstand nie.
- (5) As Dit val nie op die linkerkant nie, maar op die regterkant.

FIG. 4.2

Redes.

Almal is nie dieselfde hoogte nie. Die afstand tussen die arms is verskillend. Hoe langer die arms hoe verder is die streep. Hoe korter hoe nader is die streep. Die duime val nie in dieselfde rigting nie. Die duime kruis wanneer die oë lank en kort gemaak word dan kry ons 'n duimsporing.

FIG. 4.3

Daar het ook verstommende raak redes uit die groepbespreking gekom. "Die afstand tussen die arms is verskillend" (sien fig 4.3), verwys na die feit dat armlengte 'n bepaalde rol in die verskillende strepies regs van die oorspronklike streep speel. Die twee laaste redes wat in fig 4.3 aangegee word, het met kyklyne en rigting te doen, alhoewel die leerlinge dit nie so duidelik en pertinent stel nie. Dit is 'n verblydende opmerking, veral as daaraan gedink word dat kyklyne nie met die klas behandel is nie.

Met die opdrag om deur middel van 'n voorstelling te probeer verklaar wat nou eintlik gedurende die duimsprong-aktiwiteit gebeur, was dit duidelik dat die meeste groepe gesukkel het om óf die opdrag reg te interpreteer óf om die korrekte diagrammatiese voorstelling daarvan te maak. Leerlinge het probeer om die situasie te teken net soos wat dit plaasgevind het, met ander woorde, 'n volle mens, groot duim en selfs 'n volledige skryfbord (vergelyk figuur 4.4). Selfs met die wenk dat hulle die situasie moet teken soos van bo gesien, het dit nog hier en daar broekskeur gegaan. Deur die hulp van Cyril, George en Aad wat by die groepe betrokke geraak het, het die groepe uiteindelik daarin geslaag om die verlangde skets te teken (vergelyk figuur 4.5). Onderstaande sketse (figure 4.4 en 4.5) toon duidelik aan hoe een groep leerlinge aanvanklik begin het, en hoe die voorstelling uiteindelik, na 'n bietjie hulp en leiding, gelyk het.

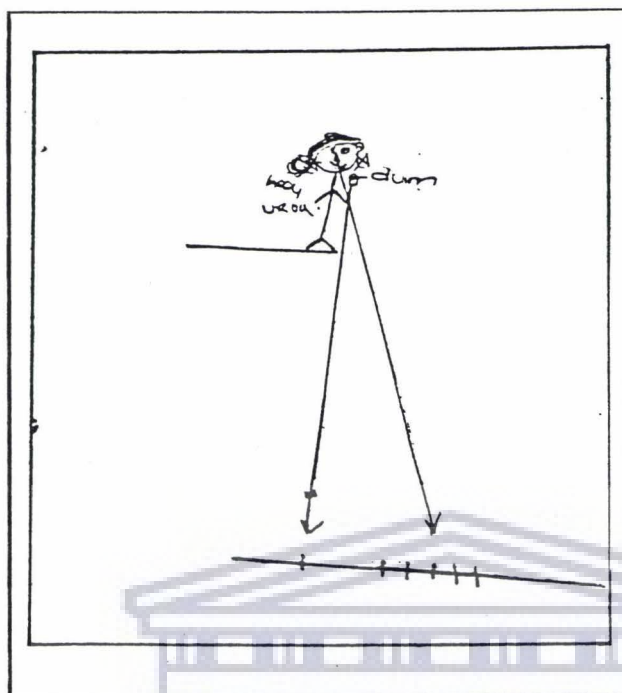


FIG. 4.4

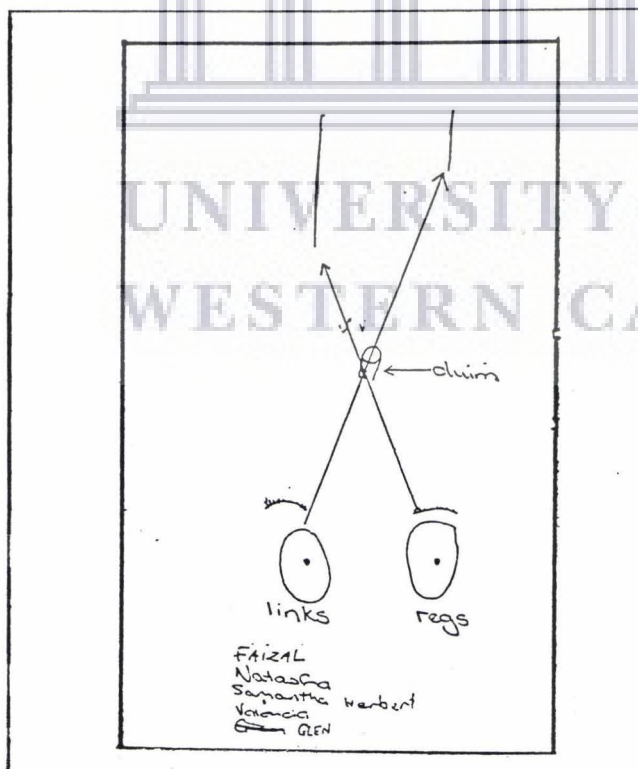


FIG.4.5



Deur van hierdie projeksies en produksies van die leerlinge gebruik te maak, kan daar agtergekom word wat die leerlinge ken en verstaan, asook wat hulle nie verstaan nie en bied dit 'n aanduiding aan die onderwyser oor watter aanpassings daar in die volgende fase van die ontwikkelingsonderzoekprogram gedoen moet word. Vir my was dit duidelik dat die meeste van die leerlinge in die klas probleme ervaar het met die begrippe ruimte en afbeeldings, asook met die posisie waaruit 'n persoon na voorwerpe kyk. Die leerlinge het hulle voorstellings van die duimsprong geteken soos wat hulle die aktiwiteit op 'n plat vlak ervaar het. Dit kan toegeskryf word aan die gewoonte dat meerkunde, soos wat dit op skool hanteer word, gewoonlik op 'n plat vlak ervaar word. Gevolglik vind leerlinge dit moeilik om hierdie aktiwiteit realisties en korrek op papier voor te stel.

Alhoewel leerlinge Werkblad B afsonderlik ontvang het, het die groep later self bymekaar gekom en nie net die werkblad bespreek nie, maar dit ook prakties begin illustreer. Sodoende is gesprek tussen die lede binne die groep begin en dit is dié tipe gesprek wat van groot waarde kan wees by die ontwikkeling en selfs herontdekking van kennis.

#### **WERKBLAD D & E**

Die aktiwiteit met die handspan was interessant. Leerlinge het met geesdrif aan die aktiwiteit deelgeneem. Al probleem wat by Werkblad E opgetel is, is dat leerlinge veral gesukkel het om

'n gradeboog te gebruik ten einde hoeke te kan meet. Eienaardig is dat leerlinge kon sê, sonder enige inspanning van denke, dat 'n skerphoek kleiner as  $90^\circ$ , maar groter as  $0^\circ$  is. Dog meet hulle die hoek vanaf A na die voorkant van die klaskamer [Werkblad E, vraag (b)] as  $120^\circ$ , terwyl dit duidelik 'n skerphoek is. Dit het my by die gevolgtrekking gebring dat leerlinge teoreties die verkillende hoeke en hul grensgroottes geken het, maar dit in die praktyk nie kon identifiseer of herken nie. Die meet van hoeke of anders gestel, die feit dat so baie leerlinge nie die gradeboog kon gebruik nie, dui op 'n ernstige leemte in die leerlinge se vaardigheid met meetinstrumente. Dit reflekteer immers ook negatief op gebreke in die onderwyspraktyk van die meet van hoeke, met ander woorde iewers in die leerlinge se skoolloopbaan was die onderrig oor die meet van hoeke met hierdie leerlinge óf onsuksesvol óf was dit moontlik totaal nie gedoen nie. Dit wil voorkom asof leerlinge net die teoretiese aspekte van hoeke geleer is, maar dat die praktiese sy daarvan afgeskeep is. Die twee aspekte, teorie en praktyk, moet hand aan hand gaan. Agterna is vasgestel dat van die seuns die hoeke kon meet (die gradeboog kan gebruik). Die rede wat hiervoor aangegee word, is dat die seuns in die Handwerkklas geleer het hoe om die gradeboog te gebruik. Die dogters het oor die algemeen met die meet van hoeke gesukkel.

#### Werkblad F

By vraag (d) het sommige leerlinge weereens gesukkel met die

begrip "soos van bo-af gesien". Sommige leerlinge kon egter die ervaring uit die duimsprong-aktiwiteit aanwend om die bo-aansig by hierdie vraag te voltooi. Enkele werkblaaie het aangetoon dat sommige leerlinge nog nie die gradeboog as meetinstrument kon gebruik nie, want die hoeke wat uiteindelik geteken is, was tussen  $10^\circ$  tot  $50^\circ$ .

Vraag (e), wat eintlik 'n diagrammatiese voorstelling van die aktiwiteit moet weergee, is redelik netjies en korrek geteken. Leerlinge kon ook die aangeduide skaal korrek interpreteer.

Oor die algemeen het die leerlinge die eerste fase van die ontwikkelingsondersoek geniet. Alhoewel aanvanklik sku, het leerlinge later ontspan en positief saamgewerk aan die aktiwiteite. Die Wiskunde-periode het later as't ware pret geword - dit terwyl basiese begrippe en beginsels in meetkunde prakties vasgelê is. Die konteks waarbinne die eerste eksperiment plaasgevind het, was aan leerlinge bekend en die leerlinge het hulle geniet. Die aktiwiteite, soos in die leermateriaal vervat, het ook met ander vakke verband gehou, want in Werkblad C kon leerlinge steun op hul kennis van die natuur en dierelewe (met ander woorde Wetenskap en Biologie) om die vrae te beantwoord rondom die gesigvelde van diere.

Leerlinge se eie produksies was interessant. Dit het 'n mens in staat gestel om via die afhandeling van die aktiwiteite te bepaal watter begrippe leerlinge ken en watter hulle nie ken nie, sonder om hulle in vernederende situasies te plaas, waar



hulle gerigte vrae in 'n groter klassituasie moes beantwoord - baie keer ten aanskoue van die vraende, luisterende, verbaasde en grapmakende leerlinge in die klas. Deur vrye produksies kry leerlinge geleentheid om, baie keer onbewustelik, hul eie wiskundige konstruksies, denkwyses en vermoëns te ontbloot en te ontwikkel.

Die aktiwiteite het geleentheid tot (her-)ontdekking gebied. Ook die feit dat groeps gesprekke plaasgevind het, het leerlinge die geleentheid gegun om van mekaar te leer en om kennis hul eie te maak - via ontdekking. Die interaktiewe karakter van die leerproses het hierdeur na vore gekom.

Rosy (die Wiskunde-onderwyseres) se kommentaar oor die eerste eksperiment was soos volg:

- die benadering neem baie tyd in beslag (hoe lank sal dit neem om die leerplan te voltooi?);
- oënskynlik is min werk in die sewe periodes gedek;
- die inhoud van die werkblaaie ignoreer die bestaande kennis van die leerlinge;
- min aandag is aan driehoeke bestee (die eintlike werk wat deur die sillabus vereis word);
- die inhoud van die werkblaaie is interessant en selfs vir haar insiggewend;
- hoe word hierdie inhoud geëksamineer, omdat die kind uiteindelik met 'n eksamen gekonfronteer word?;
- dit sal harde werk (beplanning van materiaal) van die



onderwyser verg; en

- aanvanklik het groepaktiwiteite wanordelik gelyk, maar sy kon haar later met die gebruik vereenselwig omdat sy kon agterkom dat leer wel op dié wyse geskied.

Die evaluering van die eerste eksperiment was noodsaaklik, omdat hierdie evaluering moes help met die verdere ontwikkeling van leermiddels vir die tweede fase van die ontwikkelingsonderzoekstudie. Opsommenderwys kan dit soos volg saamgevat word. Die positiewe aspekte wat uit die eerste eksperiment gekom het, is soos volg:

- die leerlinge het die werk geniet - die inhoudelike sowel as die wyse van aanbieding;
- by die geleentheid waar leerlinge in groepies saamgewerk het, skyn dit asof alle lede in die groep bevoordeel is;
- die leerstof is op so 'n wyse georden dat dit aan die onderwyser die geleentheid bied om tydens die onderrigproses agter die leerlinge se denkpatrone en agter die taalbetekenis van leerlinge se wiskundige begrippe te kom; en
- die aard van die aktiwiteite was nie bokant die leerlinge se vuurmaakplek nie. Die leerlinge kon met die aktiwiteite identifiseer.

Daar het egter ook leemtes uit die eerste eksperiment na vore gekom, naamlik:

- die leerlinge het gesukkel om die diagrammatiese voorstelling (bo-aansig) van die duimsprong te teken;
- die meeste leerlinge kon nie die gradeboog gebruik om hoeke korrek te meet nie;
- die eksaminering van die inhoud was vir die Wiskunde-onderwyseres 'n probleem; en
- min aandag is aan die werklike studie van driehoeke gegee.

Beide hierdie positiewe aspekte en die geïdentifiseerde leemtes is daarna deur die akademici/navorsers (Cyril, Aad en George) en die praktykpersone (Rosy en myself) geneem, bespreek, verander en aangepas. Ekself het die rolle van beide navorser en onderwyser vervul. Die volgende hoofstuk handel breedvoerig oor die verandering, aanpassing, implementering en evaluering van die tweede fase, ook hierna verwys as die tweede eksperiment, van die ontwikkelingsonderzoekstudie.

UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE

## HOOFSTUK 5: DIE TWEEDE EKSPERIMENT

Ek en Cyril het weer vir George en Aad, na voltooiing van die eerste eksperiment, ontmoet. Alle observasies en ervarings, soos uitgespel in paragraaf 4.5 van hoofstuk 4, is aan hulle meegedeel. Op grond van hierdie indiepte gesprek, is die werkblaaie en onderwysersgids verander en aangepas. Nuwe, asook ekstra werkblaaie is ontwikkel en bygevoeg. Hierdie veranderde werkblaaie en onderwysersgids is uiteindelik as leermateriaal vir die tweede eksperiment gebruik. Vervolgens word daar gekyk na die veranderings en toevoegings wat tot die leermateriaal gemaak is.

### 5.1 VERANDERINGS EN TOEVOEGINGS TOT DIE TWEEDE EKSPERIMENT

Die werkblaaie van die tweede eksperiment word ingelei met aktiwiteite om die begrip kyklyn by leerlinge te vestig, dit wil sê Werkblaaie A en B is 'n toevoeging tot die tweede eksperiment. Uit die eerste eksperiment het dit duidelik geword, veral by die aktiwiteit van die duimsprong, dat sekere leerlinge na die begrip kyklyn verwys het en dit ook gebruik het (hulle het egter nie die term self gebruik nie). Deur die toevoeging van Werkblaaie A en B kry die leerlinge dus die geleentheid om die konsep kyklyn te konsepsualiseer. Hierdie begrip, as basis vir die beter verstaan van die aktiwiteite van beide die duimsprong en handspan, is 'n belangrike toevoeging tot die tweede fase. Hierdeur was gehoop om die begrip bo-aansig in latere werkblaaie (D, E en F) beter en

makliker by leerlinge te vestig. Die voorwerpe wat in Werkblad B gebruik word, naamlik die seuns, die kat, die duif en die spreeu getuig weereens van die feit dat dit bekende dinge of voorwerpe uit die leerlinge se ervaringsveld is. Die leerlinge kan hulle met sulke situasies vereenselwig.

Die aktiwiteite van die duimsprong en die gesigsveld is ook ten opsigte van volgorde in die tweede eksperiment verander. Dit is gedoen ter wille van kontinuïteit vir die kyklynbegrip. Gesigsveld is 'n begrip wat nader aan die kyklyn staan as die duimsprong-oefening, omdat die gesigsveld deur kyklyne gevorm word. Dit dien dan ook as konsolidasie op Werkblad B.

Die drie werkblaaie (D, E, en F), wat handel oor die handspan-aktiwiteit, is net so behou. Dit is egter voor die duimsprong-aktiwiteit in hierdie eksperiment gevoeg. Leerlinge het tydens die eerste eksperiment gesukkel met die gebruik van die gradeboog as meetinstrument. In antisipasie van dieselfde probleem, is besluit om leerlinge die gebruik van die gradeboog as meetinstrument vir hoeke, voor die aanvang van Werkblad E, aan te bied - sodoende is probeer om die leemte rondom die gebruik van die gradeboog aan te spreek. Dit sluit onder andere die meet van hoeke en die konstruksie van hoeke van sekere groottes in. Werkblad G en H (die duimsprong-aktiwiteit) van die tweede eksperiment is effens gewysig, teenoor Werkblaaie A en B van die eerste eksperiment. In wese word dieselfde beginsel egter getoets.




Werkblad  $H_2$  en  $H_3$  is 'n toevoeging tot die tweede eksperiment. Hierdie werkblaaie handel oor die konsep driehoek (Werkblad  $H_2$ ), asook oor die klassifikasie van driehoeke (Werkblad  $H_3$ ). By Werkblad  $H_3$  werk leerlinge in groepe en elke groep ontvang 'n stel driehoeke (ses in totaal). Die groep kon na willekeur van enige metode gebruik maak om te bepaal watter driehoeke bymekaar pas, waarna hulle hul klassifikasies moes motiveer.

Werkblad I dien as konsolidasie vir die werk wat in Werkblaaie  $H_2$  en  $H_3$  gedoen is. Kennis van die handspan-aktiwiteit word ook in Werkblad I gebruik. Aldrie hierdie werkblaaie ( $H_2$ ,  $H_3$  en I) is 'n toevoeging tot die tweede eksperiment. Die toevoeging van hierdie drie werkblaaie is gedoen omdat die klasonderwyseres tydens die aanbieding van die eerste eksperiment opgemerk het dat die ondersoek veronderstel is om oor driehoeke te handel, maar dat daar bitter min daarvan in die eerste eksperiment te sien was. Selfs Werkblaaie J en K dek hierdie bekommernis van die leerkrag. Werkblad J dek die eerste driehoekstelling naamlik, die som van die binnehoeke van 'n driehoek is gelyk aan  $180^\circ$ . Ook hierdie werkblad is 'n toevoeging tot die tweede eksperiment. Werkblad K het te doen met die buitehoek van 'n driehoek.

Ten einde die leemte ten opsigte van eksaminering en toetsing, wat tydens die eerste eksperiment geïdentifiseer is, aan te spreek, is Werkblad L tot die tweede eksperiment gevoeg. Indien egter na die leer materiaal van die tweede eksperiment gekyk word, is daar feitlik in elke werkblad materiaal wat as

eksamenstof kwalifiseer. Hierdie eksamenmateriaal moet egter net oordeelkundig uit die werkblaaie getrek word.

Die leermiddels van die tweede eksperiment, wat 'n hersiene weergawe van die werkblaaie van die eerste eksperiment is, het uiteindelik uit 14 werkblaaie en 'n onderwysersgids bestaan. Skematies kan die materiaal/leermiddels van die twee eksperimente binne die ontwikkelingsonderzoekstudie soos volg vergelyk word:



	Werkblaaie	Onderwysersgids
Eerste Eksperiment	6 Werkblaaie	1
Tweede Eksperiment	14 Werkblaaie	1

Die veranderinge wat aan die werkblaaie van die tweede eksperiment aangebring is, is gedoen op grond van die evaluering van die verloop van die eerste eksperiment. Die tweede eksperiment se werkblaaie en onderwysersgids word respektiewelik as bylae 3 en 4 ingesluit. Vervolgens word na die implementeringsfase van die tweede eksperiment gekyk.

## 5.2 IMPLEMENTERING VAN DIE TWEDE EKSPERIMENT

Die tweede eksperiment is in 'n tweede standerd 6-klas aan die Hoërskool Beacon Hill gedurende Oktober 1993 uitgevoer. Die 14

werkblaai en aktiwiteit is in 9 periodes van 50 minute elk afgehandel. Kaamil Scheepers, die Wiskunde-onderwyser van die klas, was ook by die eksperiment betrek. Dieselfde werks-prosedure as vir die eertse eksperiment is gevolg. Elke leerling het sy eie materiaal (werkblad, potlood, papier, liniaal en gradeboog) ontvang. Waar groepwerk verlang is, is materiaal soos per groep toegeken, byvoorbeeld by die klassifikasie van driehoeke het elke groep 'n stel van ses driehoeke ontvang. Ek en Kaamil het onderskeidelik die lesse aangebied. In die volgende afdeling word 'n opsomming en 'n evaluering gegee van hoe die tweede eksperiment in die klas verloop het.

### 5.3 BESPREKING VAN DIE VERLOOP VAN DIE TWEDE EKSPERIMENT

#### Werkblad A

Uit die evaluering van die leerling se voltooide werkblaai, is dit duidelik dat die leerlinge deur hierdie aktiwiteit bewus kom raak het van die konsep kyklyn. Alle groepe het hierdie aktiwiteit [vraag (b)] korrek gedoen. Interessant, egter, is dat leerlinge hierdie ervaring van die kyklyn verskillend verwoord het, veral as daar na die antwoorde op vrae (c) en (d) in die leerlinge se werkblaai gekyk word. In antwoord op vraag (c) het 'n paar leerlinge byvoorbeeld soos volg geskryf:

- Leerling 1: Nee, as jy dit met 'n liniaal meet, lê die



- een verder.
- Leerling 2: Nee. Deurdat die kolletjie in die middel skeef is. Ek het 'n liniaal gebruik om te verseker dat dit in lyn is.
  - Leerling 3: Nee, dit is ongelyk, want die kolletjie is nie gelyk nie.
  - Leerling 4: Nee, die laagste kolletjie is skeef.
  - Leerling 5: Nee, die middelste een is uit posisie.
  - Leerling 6: Nee, die middelste kolletjie is meer na onder en val nie in lyn met die ander twee kolletjies nie.
  - Leerling 7: Nee, dit is nie in lyn nie. Kolletjie 1 en 2 is in lyn, maar kolletjie 3 is nie. Kolletjie 3 is skewer as 1 en 2.
  - Leerling 8: Nee, want die punt aan jou regterkant is nie in lyn met die ander punte nie.
  - Leerling 9: Nee. As jy die punte verbind, gee dit nie 'n reguitlyn nie. Die middelste kolletjie val nie in lyn met die ander nie.
  - Leerling 10: Nee, want die punte van die liniaal is nie gelyk op die kolletjies nie.
  - Leerling 11: Nee, dit is nie in lyn nie, omdat die kolletjies nie in dieselfde rigting val nie.
  - Leerling 12: Nee, die liniaal val nie gelyk op al die punte nie. Een van die punte is skeef.

Uit bogenoemde antwoorde is dit duidelik dat die leerlinge die begrip kyklyn in verband bring met reguitlyne. Alhoewel die




woordgebruik in die beskrywing van die antwoorde verskillend is, kon die oorgroote meerderheid van die leerlinge wel bepaal dat die drie kolletjies nie in lyn lê nie. Leerlinge het eie inisiatief aan die dag gelê en die meeste het 'n liniaal gebruik om hulle antwoorde te toets. Sommige leerlinge het selfs hul kolletjies genommer ten einde die beskrywingsproses te vergemaklik (sien leerling 7). Dit alles is gedoen sonder dat die onderwyser enige instruksies of wenke oor die uitvoering van die aktiwiteite aan die leerlinge gegee het. Leerling 11 bring selfs die begrip rigting ook ter sprake. Dit is baie insiggewend, want indien ons na kyklyne verwys, dan is dit die lyn soos gesien uit 'n bepaalde rigting.

In Vraag (d) het leerlinge ook inisiatief aan die dag gelê en die skuinsstukke vanaf 1 tot 3 genommer. Dit het hul taak in die beantwoording van die vraag vergemaklik, deurdat hulle in die antwoord slegs na die onderskeie nommers verwys het. Hier het leerlinge ook van die liniaal gebruik gemaak om te bepaal of die stukke in lyn is. Sommige leerlinge het na lyn 3 as 'n skewe lyn verwys. Heelwat ander leerlinge het ook van 'n skewe lyn melding gemaak. Dit skep die indruk dat 'n lyn deur sommige leerlinge as reguit beskou word, alleen indien dit horisontaal loop, maar indien dit in 'n ander rigting loop, dan word dit as 'n skewe lyn beskou. Hierdie aanname is deur een leerling tydens 'n onderhoud bevestig. Wiskundig kan daar debatteer word of 'n lyn werklik skeef kan wees. Moontlik moet daar dan gepraat word van 'n reguitlyn en 'n skuins reguitlyn.

'n Paar leerlinge het aldie die lyne as skeef beskryf en dit hou moontlik verband met die aanname wat hierbo gemaak is. Sommige leerlinge, wat besonders tegnies akkuraat deur middel van die liniaal getoets het, het egter bevind dat nie een van die stukke in lyn lê nie. Die volgende antwoord van Olivia staaf hierdie stelling: Nee, alles is skeef, want dit verskil sowat 'n millimeter.

### Werkblad B



By werkblad B het die leerlinge aanvanklik individueel gewerk. Dit was egter interessant om gaandeweg te sien hoedat leerlinge in groepe mekaar se antwoorde vergelyk het (sien foto 2). Wat dit nog meer interessanter gemaak het, is dat die leerlinge in die groepe dieselfde leerlinge was wat in die aanvanklike kyklyn-aktiwiteit saamgewerk het - dit skep die indruk dat groepkohesie aan die ontwikkel was. In een groep was die moontlike posisies van die kat en die twee voëls stelselmatig via gesprek en toetsing (weereens is 'n liniaal gebruik) vasgestel. Dit was verblydend om te sien dat leerlinge eie inisiatief aan die dag begin lê het.

### Werkblad C

Werkblad C was daarop ingestel om die konsep van gesigsveld by die leerlinge tuis te bring. Leerlinge het nie probleme ervaar om hierdie begrip te verstaan nie. Hier het leerlinge egter begin probleme ondervind by die verwysing na die begrip "soos

van bo gesien" [vraag (f)]. Leerlinge poog om die bo-aansig so gedetailleerd as moontlik te weergee, wat tot gevolg het dat die uiteindelijke weergawe redelik onduidelik is as gevolg van te veel inligting (sien weereens figuur 4.4, p. 65).

#### Werkblad D

Leerlinge het die handspan-aktiwiteit interessant gevind. Dit was bemoedigend om te aanskou hoe almal aktief aan hierdie aktiwiteit deelgeneem het (vergelyk foto 3). Die aktiwiteit het nie vreemde elemente besit nie - alles was vir die leerling bekend, byvoorbeeld die klaskamer, die gebruik van die hand en oog, ensovoorts. Geen noemenswaardige probleme is met die aktiwiteit self, asook met Werkblad D ervaar nie. Leerlinge kon ook daarin slaag om die bo-aansig [vraag (b)] redelik korrek te teken.

#### Werkblad E

Tydens die voltooiing van Werkblad E, wat leerlinge individueel voltooi het, was dit weereens interessant en opmerklik dat die leerlinge nie op hul sitplekke bly sit het nie. By vraag (a), veral, het leerlinge spontaan opgestaan en die handspan-aktiwiteit vanaf verskeie posisies (verskillende afstande vanaf die skryfbord) begin uitvoer. Die gevolg was dat alle leerlinge hierdie vraag korrek gedoen het. Dit was nie 'n kwessie van sit-en-raai nie, maar hulle kon dit eksperimenteel bepaal. By vrae (b) en (c) was daar enkele



leerlinge wat nie die gradeboog as meetinstrument kon gebruik nie. Gevolglik is ekstra tyd afgestaan aan die metode hoe hoeke met 'n gradeboog gemeet word. By vrae (d) en (e) was dit werklik 'n kwessie van probeer-en-tref om by die antwoorde uit te kom. Deur middel van die gradeboog het leerlinge gepas en gemeet totdat hulle by die gevraagde hoeke uitgekom het. Selfs nadat die wenk later gegee is om die hoeke van 'n ander blad te gebruik, het sekere leerlinge dit nog nie onmiddellik begryp nie. Redelike tyd is aan hierdie werkblad bestee - wat weereens 'n aanduiding is dat leerlinge moontlik ander vaardighede aangeleer moet word, voordat hierdie werkblad aangepak moet word. By vraag (g) is leerlinge in hul onderskeie groepe verdeel, waar hulle hul antwoorde moes vergelyk. Hier was dit verblydend om te sien hoe leerlinge mekaar se hoeke meet en hoe hulle mekaar van die korrekte groottes kon oortuig.

By vraag (f) het 'n groot hoeveelheid leerlinge alles behalwe 'n stomphoek geteken. Die meeste het 'n skerphoek geteken, maar dit tog 'n mate (byvoorbeeld  $127^\circ$ ) gegee. Ander leerlinge het wel 'n korrekte stomphoek geteken, maar dan het hulle meer as net die voormuur van die klas gebruik, met ander woorde sommige leerlinge het die spelreëls verander om by die gevraagde antwoord uit te kom (sien figure 5.1 en 5.2 op p. 82). By een groep kon ek weereens agterkom dat leerlinge teoreties die soorte hoeke en hul grensgroottes ken, maar dat hulle nie die teorie en die praktyk kon trou nie.



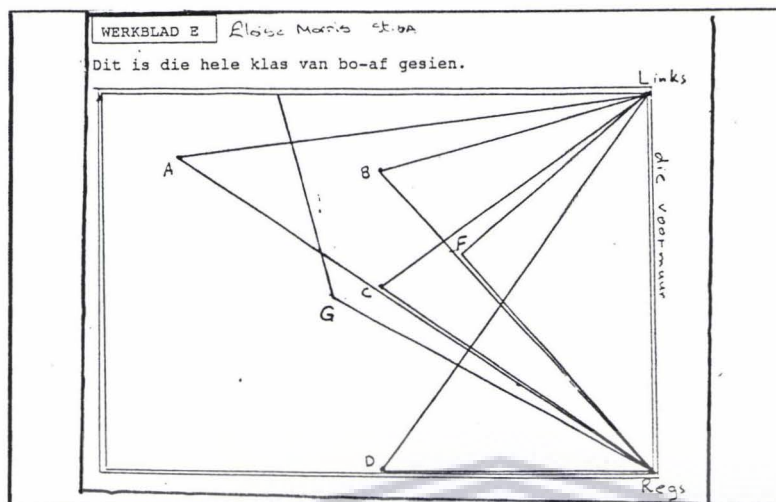


FIG. 5.1

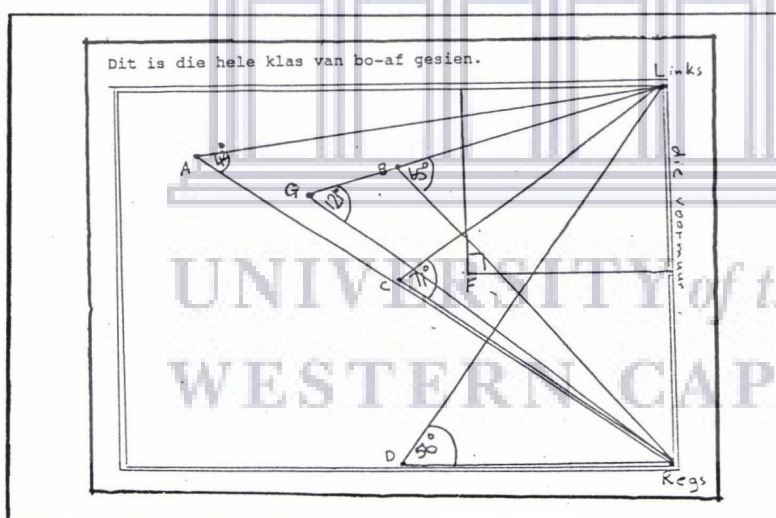


FIG. 5.2

### Werkblad F

By Werkblad F het die hoeveelheid handspanne wat die leerlinge tydens hulle praktiese aktiwiteite gekry het, vanaf 14-20 gewissel. Uit die hele klas kon op 'n modus van 18 handspanne besluit word. Die feit dat leerlinge toe kon uitwerk dat 'n

handspan  $20^\circ$  is, het hulle geweldig bemagtig ("empower"). Die feit dat die leerling die hoek waaronder hy/sy die voorkant van die klas vanaf sy/haar sittende posisie sien [vraag (c)], met behulp van handspanne kon meet, was vir die leerlinge wonderlik. 'n Persoon kon hierdie "prestasie" as't ware op hul gesigte lees. Vraag (d) is deurgaans suksesvol voltooi - 'n bewys dat die begrip bo-aansig by die meeste leerlinge suksesvol posgevat het. Vraag (e) se antwoorde het vanaf  $15^\circ$  tot  $22^\circ$  gewissel. Die meeste leerlinge het wel  $20^\circ$  gekry - wat strook met die handspanhoek. Die enkele afwykings in hoekgrootte is, myns insiens, daaraan toe te skryf dat leerlinge nie akkuraat gewerk het nie omdat hierdie aktiwiteit op die rugbyveld gedoen is en leerlinge het nie oor voldoende meetinstrumente, byvoorbeeld 'n maatband beskik nie, om veral die afstand tussen die twee leerlinge korrek te meet. Leerlinge kon die grafiese weergawe daarvan sonder veel moeite weergee. Die invoering van die grafiek [vraag (e)] is 'n ideale bewys van die integrering van onderafdelings in Wiskunde, soos wat die beginsels van Realistiese Wiskunde Onderrig vereis.

#### **Werkblad G en H**

Die aktiwiteit van die duimsprong het gladder verloop as tydens die eerste eksperiment. Gedurende die eerste eksperiment is die duimsprong-aktiwiteit byvoorbeeld oor twee periodes afgehandel, terwyl die toepassingsoefening oor die duimsprong as 'n tuiswerkopdrag gegee moes word. Gedurende die

tweede eksperiment is sowel die duimsprong-aktiwiteit as die toepassing daarvan (Werkblaaie G & H) binne minder as 'n periode ( $\pm 40$  minute) afgehandel. Dit kan toegeskryf word aan die orde-verandering van die werkblaaie in die tweede eksperiment, waar die duimsprong vooraf gegaan word deur akitwiteite rondom die begrippe kyklyn en gesigshoek, soos vervat in Werkblaaie A, B en C. Dit skyn ook asof hierdie vooraf-aktiwiteite bygedra het tot meer duidelike verklarings deur die leerlinge oor die moontlike rede(-s) vir die spring van die duim. Leerlinge kon byvoorbeeld onmiddellik insien dat armlengte 'n onafhanklike veranderlike in die aktiwiteit is. Ander veranderlikes, wat nie-bydraend is tot die spring van die duim, byvoorbeeld die lengte van die persoon, is ook genoem. Slegs een groep het aangedui dat die afstande tussen die oë bydraend is tot die spring van die duim (vergeelyk van die redes soos verstrekk in figuur 5.3) en veral tot die afstand tussen die verskillende persone se strepies op die groepwerkblad [Werkblad H, vraag (f) verwys]. Interessant van beide Werkblaaie G en H is dat leerlinge deurgaans hul antwoorde prakties kon bepaal en kon toets of dit werklik so is (sien figure 5.4 en 5.5).

Die gedagte van kyklyne kom sterk na vore in Werkblad G en leerlinge het deur middel van 'n liniaal hierdie kyklyne ingeteken, wat hulle in staat gestel het om die gevraagde antwoorde korrek te verstrek.

DIE HOOGTE  
 DUIME IS NIE EWE BREED NIE  
 ONS LENGTE IS NIE DIESELFDE NIE  
 ONS OË HAT OP NIE VERSKILLENDE AFSTANDE GETYK.  
 ARMSLENGTE IS NIE DIESELFDE NIE

B.  
 LINKEROOG SKUIF DIE DUIM WEG VAN LYN.  
 OË VAL OP VERSKILLENDE AFSTANDE.  
 OË IS NIE EWE GROOT NIE

Die posisie van jou oë van mekaar.

2.1 Almal verskil in lengte.

2.2 Almal se oë is nie op dieselfde plek nie.

2.3 Die lengte van jou arms

o) Die gesigsveld is verskillend.  
 Die armlengtes is verskillend.  
 Die jaggaamdelengte is verskillend

FIG. 5.3

WERKBLAD G

a. Michael doen die duimsprong.  
 Teken die tweede lyn van Michael se gesigslin.


b. Kontroleer of die duime op die korrekte plekke geteken is.

FIG. 5.4



WERKBLAD H

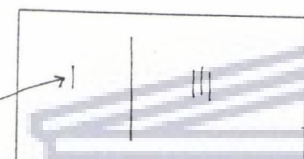
a.



Dui met 'n kolletjie en pyltjie die plek aan as 'n duimsprong uitgevoer was.

Dieselfde leerling gaan staan nou sodat sy duim tweekeer sover vanaf die skryfbord is. Wat kan jy sê omtrent die afstand tussen die twee pyltjies.

b. Vier leerlinge doen die duimsprong. Die resultaat sien sò daaruit:



Die leerling het eers deur sy linker oog <sup>afgekyk</sup> dan deur sy regter oog toe spring die strepe links

Hoe is dit moontlik?

c. Samad se arm is veel langer as Ruby s'n. By wie lê die strepe die verste van mekaar?

d. Die arm van Patricia is net so lank soos Samad s'n. Die strepe by Patricia lê tog verder van mekaar. Hoe is dit moontlik?

e. Hoe ver moet jy van die bord staan om die afstand tussen die strepe net so groot te kry as die afstand tussen jou oë? *132 cm*

f. Hoe verklaar jy dat daar verskillende strepe is as meer mense die duimsprong van dieselfde plek doen. *Alle armolengte is verskillend.*

FIG.5.5

### Werkblad H<sub>2</sub> en H<sub>3</sub>

Hierdie werkblaaie het basies gegaan om die uitkenning en klassifikasie van verskillende driehoeke. Die leerlinge het in groepe gewerk (sien foto 6).

Uit die aktiwiteit rondom die uitkenning van 'n driehoek (Werkblad H<sub>2</sub>), was leerlinge deurgaans konsekwent. Leerlinge

het die driehoek-figure uitgeken in terme van die definisie wat hulle gebruik het, naamlik dat 'n driehoek 'n geslote figuur met drie sye en drie hoeke is. Getrou dus aan hierdie definisie, is die figure F en I ook as driehoeke aangeteken. Hierdie aanname word deur die opsomming van Groep 1 (sien figuur 5.6) gestaaf.

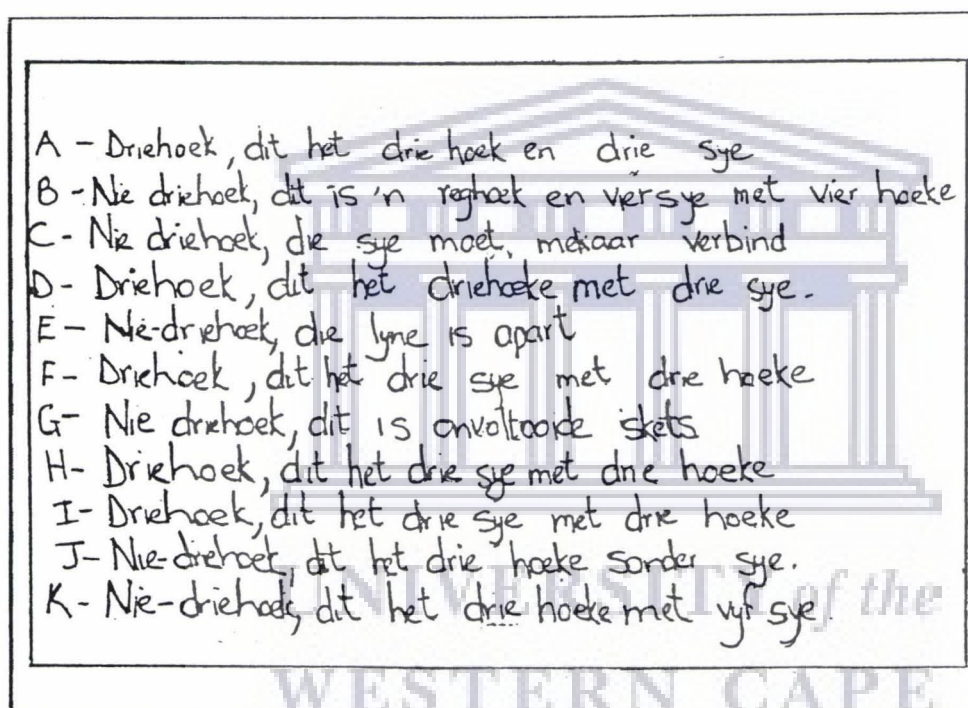


FIG 5.6

By werkblad H<sub>3</sub> moes leerlinge die driehoeke, wat hulle dink bymekaar hoort, saamgroepeer. Daarna moes die rede vir die groepering ook aangedui word. Leerlinge kon van enige metode gebruik maak - geen voorskrifte was dus gegee nie. Sommige groepe het slegs van óf 'n gradeboog óf 'n liniaal gebruik gemaak. Gevolglik het hierdie groepe die ses driehoeke slegs op grond van óf hoekgroottes óf sy-lengtes beskryf en

groepeer. Sekere groepe het egter van albei eienskappe in hul groepering gebruik gemaak. Hierdie klassifikasie was oor die algemeen goed gedoen (sien figuur 5.7, asook foto 6).

$F$ en $a$	= gelykbenige driehoek	twee sye is gelyk
$d$ en $c$	= gelyk <sup>benige</sup> <del>benige</del> driehoek	twee sye is gelyk
$F$ en $g$	= gelykbenige driehoek	al drie sye is gelyk
$c$ en $e$	= stomphoekige driehoek	driehoek het 'n stomhoek.
$c$ en $a$	= reghoekige driehoek	driehoek 'n hoek van 90°
$b$ en $e$	= skerphoekige driehoek	die hoek is skerphoek.
$e$	= stomphoekige driehoek	en $b$ = die helfte van 'n stomhoek

FIG. 5.7

## Werkblad I

Werkblaaië  $H_2$  en  $H_3$  het ten doel gehad om die oefening in Werkblad I te fasiliteer, omdat Werkblad I se aktiwiteite eintlik oor driehoeke handel.

Die meeste van die leerlinge kon die vrae goed beantwoord, maar 'n paar leerlinge het redelik gesukkel. Dié leerlinge het gesukkel om twee eienskappe van driehoeke in een driehoek te kombineer. Die gevolg was dat hulle slegs een eienskap van die gevraagde driehoek in die skets kon weergee, byvoorbeeld by die skets van 'n gelykbenige skerphoekige driehoek, het

sommige van die leerlinge óf 'n gelykbenige óf 'n skerphoekige driehoek geteken. Dit lyk asof meetkundige feite in kombinasie vir die leerlinge probleme inhou.

Die res van die werkblad is suksesvol deur die leerlinge gedoen. Dié vrae, waar die handspan en die duimsprong betrokke was, is besonders akkuraat gedoen. Dit was verblydend, want dit impliseer dat die twee aktiwiteite tog positiewe impak by die leerlinge gehad het, soos uit afskrifte (vergelyk figure 5.8 en 5.9) van die leerlinge se aktiwiteite blyk ten opsigte van vrae (h) en (i).

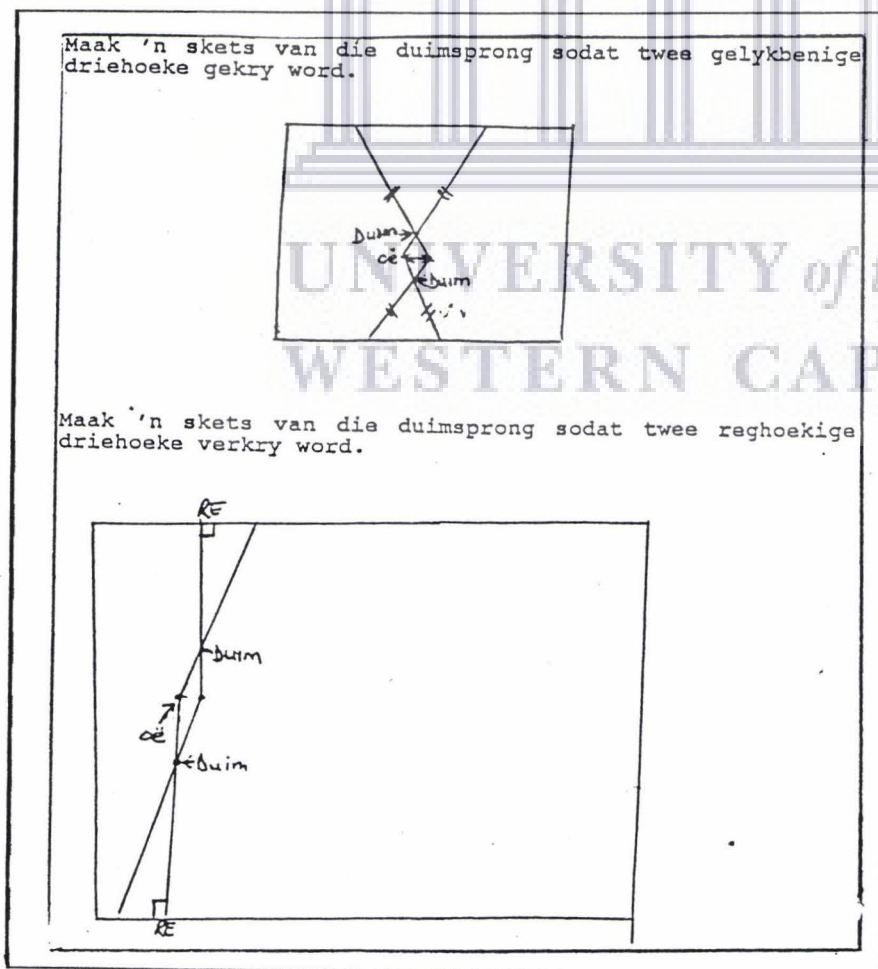


FIG. 5.8



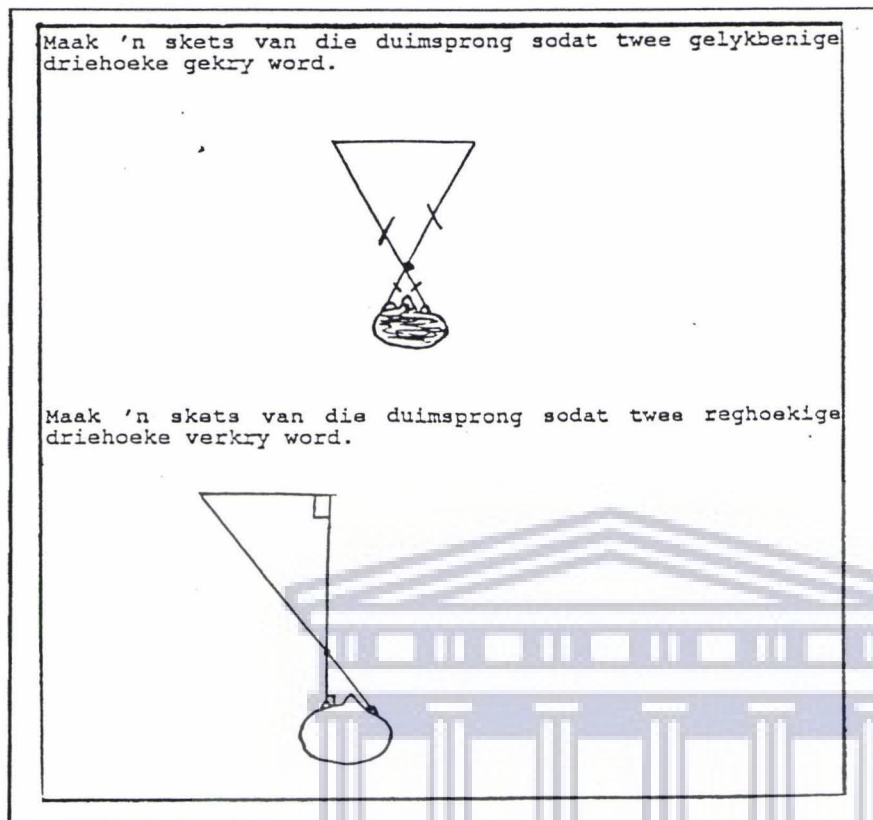


FIG.5.9

Dit wil dus voorkom asof die leerlinge heelwat begrip vir driehoeke het, en veral die begrip van die verskillende tipe driehoeke onder die knie het. Die hele eksperiment, wat ten doel het om leerlinge driehoeke aan te leer, skyn opvoedkundig suksesvol te verloop het.

#### Werkblad J

Hierdie aktiwiteit het ons op die rugbyveld gedoen. Leerlinge het dit baie geniet. Hierdie verdere uitbreiding van die handspan-aktiwiteit om uiteindelik te bewys dat die som van die binnehoeke van 'n driehoek gelyk is aan  $180^\circ$ , was vir die leerlinge werklik 'n besondere ervaring. Dit was ook vir

hulle leersaam om op so 'n praktiese wyse hierdie driehoekstelling te kon bewys. Selfs die papierknip-oefening in vraag (b) was uitdagend. Dit het ook gedien as 'n verdere konsolidasie van die binnehoekstelling.

#### Werkblad K

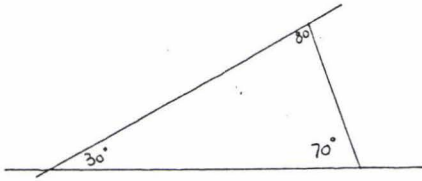
As gevolg van 'n tydsprobleem is werkblad K nie gedoen nie.

#### Werkblad L

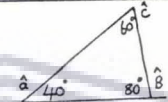
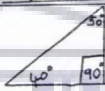
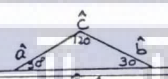


Werkblad L het as't ware as 'n algemene toepassingstutoriaal vir die eksperiment gedien. Enkele leerlinge het by vraag (a) gesukkel, maar vraag (b) is deurgaans besonders goed beantwoord. Leerlinge het geen probleme ondervind by die berekening van die derde hoek van die driehoek nie - in sommige plekke moes twee hoeke bereken word, afhangende van die gevraagde driehoek wat gegee is. Selfs daarmee het leerlinge nie gesukkel nie. Leerlinge het egter gefaal om 'n tweede moontlikheid, waar moontlik, te gee. In die laaste drie gevalle is twee tipes driehoeke moontlik, maar leerlinge het slegs een van die twee moontlikhede aangedui (vergelyk figuur 5.10, p. 92).

WERKBLAD L

a. 'n Driehoek het 'n hoek van  $30^\circ$  en een van  $70^\circ$ . Hoe groot is die derde hoek? Teken so 'n driehoek.



b. Voltooi die volgende tabel.

$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	Soort Driehoek	Skets
$40^\circ$	$80^\circ$	$60^\circ$	Skerphoekig	
$40^\circ$	$90^\circ$	$50^\circ$	Reghoekig	
$30^\circ$	$30^\circ$	$120^\circ$	Stomphoekig	
$45^\circ$	$90^\circ$	$45^\circ$	Reghoekig	
$40^\circ$	$40^\circ$	$80^\circ$	Gelykbenig	

In sommige van die gevalle is meer as een driehoek moontlik.

FIG. 5.10

Indien hierdie werkblad as 'n maatstaf gebruik moet word om te bepaal of die inhoud van die eksperiment suksesvol oorgedra was, dan is die antwoord onteenseglik ja. Die leerlinge openbaar begrip van die behandelde aspekte van driehoeke.

Ter opsomming kan die volgende genoem word: Die veranderings en toevoegings tot die materiaal van die tweede eksperiment het positief ingewerk op die aanbieding en afhandeling van die tweede eksperiment. As gevolg van die stewige basis wat daar gelê is met die begrippe kyklyn en gesigsveld, het die

duimsprong- en handspan-aktiwiteit gladder en vinniger verloop as tydens die eerste eksperiment. Die invoeging van die oefeninkie rondom die gebruik van die gradeboog, het baie gehelp in die afhandeling van dié werkblaaie waar meting van hoeke betrokke was. In sy geheel gesien, was die verloop van die tweede eksperiment meer bevredigend as die eerste een. Die aspek oor driehoeke as inhoud van die ondersoek is gedek, terwyl Werkblad L vir eksamenmateriaal voorsiening maak.

Daar word sterk aanbeveel dat 'n formele werkblad oor die meet en teken van hoeke tot die eksperiment gevoeg word. In die slot-hoofstuk word na algemene gevolgtrekkings ten opsigte van die volledige ontwikkelingsonderzoekstudie gekyk.

The logo of the University of the Western Cape, featuring a classical building facade with a pediment and columns.

UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE



## HOOFSTUK 6: GEVOLGTREKKINGS

Die doel van hierdie ontwikkelingsonderzoekstudie was om na die moontlikhede te kyk wat Realistiese Wiskunde Onderrig vir Wiskundeonderrig en kurrikulumvernuwing vir Suid-Afrikaanse skole inhou. Die studie het hoofsaaklik op meetkunde gekonsentreer met die doel om te kyk hoe daar liggaam gegee kan word aan die uitgangspunt soos vervat in die sillabus vir die junior sekondêre fase (JS 13/84, 1984), naamlik dat die inhoud van die sillabus "deur middel van berekening en eksperimenteel op intuitiewe wyse ... (p. 3)" benader moet word. Die studie poog dus om die skynbare leemte tussen informele en formele Wiskunde aan te spreek.

Die ondersoek, in sy geheel beskou, skyn moontlikhede vir Wiskundeonderrig en kurrikulumvernuwing vir Suid-Afrikaanse skole in te hou. Enkele van hierdie moontlikhede word vervolgens uitgelig.

### 6.1 DIE MATERIAAL (INHOUDELIKE)

Die situasies en aktiwiteite wat in die ontwerpte materiaal gebruik word, is eie aan die leerlinge. Nêrens reflekteer die inhoudelike situasies waarmee die leerling nie kan identifiseer nie. Die prakties/konkreet-georiënteerde inslag van die studie het byval by alle leerlinge gevind. Die praktiese aard van die aktiwiteite, byvoorbeeld die duimsprong- en handspan-aktiwiteit, het leerlinge verplig om

werklik fisies betrokke te raak by die inhoud van die ondersoek. Dit het tot gevolg gehad dat alle leerlinge insette tot die probleemoplossingsfase ("antwoord-gee-fase") gelewer het. Leerlinge het met gemak met die inhoud omgegaan, sonder druk vanaf die onderwyser. Deur die praktiese betrokkenheid van die leerling, lyk dit dus asof die leerling bereid is om meer te gee (meer oop te maak) as wat hy/sy onder normale omstandighede in die tradisionele klasopset (waar die onderwyser die outoriteit van kennis is) sou gee.

Die materiaal is van so 'n aard dat dit deur enige kind, ongeag byvoorbeeld sy sosiale agtergrond, met vrug gebruik kan word. Hierdie aspek is 'n groot en belangrike voordeel vir leerlinggebruik onder Suid-Afrikaanse omstandighede, omdat ons in Suid-Afrika verskillende kinders met verskillende sosiale agtergronde vind. Hierdie inhoud kan dus, sonder voorbehoud, op nasionale vlak met vrug aangewend word.

Die inhoud van die leer materiaal is ryk aan toepassingsmoontlikhede. Die materiaal bied ruimte aan die onderwyser om die verskillende afdelings van Wiskunde met mekaar in verband te bring. Werkblad F [vraag (e)] hou byvoorbeeld 'n moontlikheid in dat dit op 'n latere geleentheid met grafieke (grafiese voorstellings) verbind kan word. Die duimsprong-aktiwiteit (Werkblaaie G en H) kan vrugtevol aangewend word in algebra by die oplossing van vergelykings, want die duimsprong-oefening besit bestanddele wat kan help om begrippe soos afhanklike veranderlike (vergelyk die lengte van die arm,

afstand vanaf die bord, ensovoorts) en onafhanklike veranderlike (vergelyk grootte van die duim, lengte van die persoon, ensovoorts) toe te lig en vas te lê. Die duimsprong-oefening kan ook met sukses by die inleiding van gelykvormige driehoeke aangewend word (vergelyk figure 5.2 en 5.3). Vele ander kruisverbande is moontlik.

Die materiaal leen hom besonders toe aan groepwerk. Sekere aktiwiteite, byvoorbeeld in Werkblaaie A, F, H, H<sub>2</sub>, H<sub>3</sub> en J, is van groepe gebruik gemaak. Leerlinge het die geleentheid gekry om saam aan aktiwiteite te werk en om saam óf na antwoorde te soek óf om hul individuele antwoorde met mekaar te vergelyk. In beide gevalle het konstruktiewe gesprek en debat in die groepe plaasgevind. Een leerling het ook genoem dat groepwerk interessant is, omdat hulle van mekaar leer. Persoonlik sien ek dit as 'n belangrike en noodsaaklike afwyking van die tradisionele onderrigwyse, want groepwerk kan gebruik word om insig en begrip van wiskundige inhoude te fasiliteer. Sodoende is alle leerlinge besig en betrokke tydens die Wiskunde-les en ontwikkel daar mettertyd eienaarskap van dit wat uiteindelik tot stand gebring word. Die hele kwessie van geloofwaardigheid, relevansie en betekenisvolheid van Wiskunde kan deur groepwerk help vestig word.

Soos die eksperimente in die klas gevorder het, het leerlinge mettertyd meer spontaan aan beide die aktiwiteite en individuele werkblaaie in die klaskamer deelgeneem. Somtyds



het die aktiwiteite en groepwerk die indruk van wanorde geskep, maar dit was allermens die geval. Een dogter het tereg opgemerk dat sy dit sal geniet indien dit in die "gewone" Wiskundeklas so kan gaan. 'n Nuwe gees van samewerking en samehorigheid het tydens die afhandeling van die eksperiment geheers. Leerlinge het vryelik vrae gestel en antwoorde verskaf, sonder die vrees dat dit 'n verkeerde antwoord sou wees waaroor hulle geroskam sou word. Die leerlinge het dit wat hulle tydens die eksperiment gedoen het, terdeë geniet. Soveel so dat, terwyl meneer Scheepers [die Wiskunde-onderwyser van standaard 6(a)] op 'n dag afwesig was, een leerling my in die kantoor kom vra het of ek nie vir hulle dieselfde (Realistiese Wiskunde Onderrig-gebaseerde) Wiskunde kan kom aanbied nie. Vir my was dit tekenend van leerlinge se behoefte na meer van hierdie tipe benadering tot Wiskunde-onderrig. Hierdie versoek van die leerling kan ook interpreteer word as 'n refleksie van die leerlinge se ingesteldheid teenoor die dominante strukturele benadering wat tans in die onderrig van Wiskunde gebruik word. Die leerlinge "hou" nie van die strukturele benadering nie, omdat dit oor die algemeen die sinvolheid en betekenis van wiskundige inhoud vir hulle ontoeganklik maak. Dit gee weer aanleiding tot gebrekkige begrip van Wiskunde, wat uiteindelik tot swak prestasie in Wiskunde lei. In Realistiese Wiskunde Onderrig is dit so dat leerlinge deel het in die totstandkoming van resultate - daarom dat hulle dan ook makliker met die realistiese benadering kan identifiseer.



## 6.2 ONTWIKKELINGSONDERSOEK

In hierdie studie het die ontwikkelingsonderzoek slegs deur twee fases gegaan. Na die eerste eksperiment van die ontwikkelingsonderzoekstudie het die materiaal sekere veranderings ondergaan, naamlik meer aktiwiteite/werkblaaie is bygevoeg en die orde van sekere aktiwiteite/werkblaaie is verander. Hierdie aanpassing was geslaagd indien leerlinge se begrip van die inhoud en hulle vordering in terme van die afhandeling van die tweede eksperiment met die van die eerste eksperiment vergelyk word. Nog 'n bewys dat begrip in die tweede eksperiment beter was as in die eerste eksperiment, is dat die tyd wat aan sekere aktiwiteite (werkblaaie) tydens die tweede eksperiment bestee was, aansienlik minder was as in die eerste eksperiment, byvoorbeeld die duimsprong-aktiwiteit. Hierdie gepaste en suksesvolle veranderings wat aan die tweede eksperiment aangebring is, was alleenlik moontlik omdat daar noue samewerking was tussen die ontwikkelaars van die materiaal (die akademië/navorsers), die ondersoeker en ander onderwysers (die praktykpersone). Die effektiewe betrokkenheid van almal (akademië/navorsers en praktisië) is 'n belangrike aspek, siende dat die "African National Congress" (A.N.C) in sy Onderwysdokument uitspel dat alle rolspelers by kurrikulum-ontwikkeling betrokke moet raak. Ontwikkelingsonderzoek kan dus met vrug aangewend word om ook ander afdelings van Wiskunde op soortgelyke wyse as hierdie ondersoek te ontwikkel. Sodoende kan 'n hele kurrikulum ontwikkel word.

As gevolg van beperkte tyd het die eksperiment net deur twee fases gegaan. Alhoewel daar beslis veranderinge in 'n volgende fase aangebring sal word, sal dit nie beduidende veranderinge wees nie. In 'n derde fase sal daar moontlik 'n werkblad ontwerp moet word wat sal handel oor die meet van hoeke met behulp van 'n gradeboog, asook om die verband tussen teorie en praktyk met betrekking tot tipes hoeke en tipes driehoeke te vestig. Ten spyte daarvan dat slegs twee fases aangebied is, het die ontwikkelingsonderzoek tot sy reg gekom. Dit wat geleer is uit die eerste eksperiment, positief of negatief, is met vrug in die aanpassing van die tweede eksperiment gebruik.

### 6.3 KURRIKULUMVERNUWING

In die lig van die oproep tot kurrikulumvernuwing, veral in die nuwe Suid-Afrika, is dit belangrik om deurgaans deur middel van projekte aan vernuwing in die kurrikulum te werk. Vernuwingsimpliseer nie net dat die bestaande sillabus-inhoude (wat aanstoot vir 'n groot deel van die Suid-Afrikaanse inwoners gee) uit 'n ander perspektief benader moet word nie, maar vernuwing vra ook dat daar na bykomende en relevante inhoud gekyk sal moet word. In die lig hiervan blaas Kykmeetkunde eintlik 'n vars briesie in die Wiskunde-sillabus vir die junior sekondêre fase. Kykmeetkunde hoef byvoorbeeld nie noodwendig by driehoeke aan te sluit nie, maar dit kan as 'n onafhanklike afdeling van meetkunde tot die sillabus gevoeg word.

#### 6.4 SLOTOPMERKING

Die belangrikste gevolgtrekkings van die ondersoek kan soos volg gestipuleer word:

- die leerlinge het die aktiwiteite, soos in die werkblaaie vervat, geniet. Gevolglik het dit tot 'n ontspanne atmosfeer in die klas aanleiding gegee. Hierdie ontspanne atmosfeer het op sy beurt weer goeie samewerking in die klasopset gefasiliteer;
- die inhoud van die werkblaaie kan deur alle leerlinge, ongeag sy/haar sosiale agtergrond, met vrug aangewend word;
- daar is 'n "nuwe" werksgees by die leerlinge te bespeur - moontlik kan ons hierdeur opnuut begin om by leerlinge 'n liefde vir Wiskunde te ontwikkel en te vestig;
- die benadering van Realistiese Wiskunde Onderrig fasiliteer beide groepkohesie onder leerlinge self, asook goeie rapport tussen leerlinge en onderwyser binne die klas-opset;
- die benadering van Realistiese Wiskunde Onderrig skyn meganismes te hê waardeur die dilemma van groot klasse aangespreek kan word; en
- ontwikkelingsondersoek skyn 'n sterk meganisme vir leerplanontwikkeling en kurrikulumvernuwing te wees - juis dit wat ons huidig benodig om ons leerplanne te transformeer.

Vir die onderwyser bied Realistiese Wiskunde Onderrig sekere uitdagings. Die benadering van Realistiese Wiskunde Onderrig



kan vreemd en in sekere gevalle selfs onaanvaarbaar vir onderwysers wees. Onderwysers kan dit met 'n sekere mate van agterdog bejeën en die werkbaarheid daarvan in twyfel trek. 'n Moontlike rede vir so 'n houding deur onderwysers is dat ons as onderwysers al so gewoon geraak het aan ons huidige strukturalistiese benadering in Wiskunde, dat ons as't ware bang is om nuwe en, vir ons, vreemde benaderings in Wiskunde te gebruik. Gedagtig aan Freudenthal se didaktiese fenomenologie, bied die leer materiaal van Kykmeetkunde (wat in hierdie studie gebruik was), ideale werklikheidsituasies (wat vir die leerlinge bekend was en waarmee hulle kon identifiseer). Hierdie werklikheidsituasies het die matematiseringsproses van die leerlinge gefasiliteer. Sodoende het dit by die leerling die basis vir begripsvorming en herontdekking geleë.

Die A.N.C. spel in sy beleidsdokument vir Opvoeding en Opleiding (1994) sekere leemtes in bestaande sillabusse uit en vra tereg die vraag in hoeverre leerplanne in die verlede werklik bygedra het tot die holistiese ontwikkeling van kinders - vergelyk die volgende aanhaling:

The curriculum has been unresponsive to changing labour market needs and has failed to contribute to the development of learners who are preparing for the world of work and for active participation in the process of social and economic



development (p.67).

Een van die voorstelle in die beleidsdokument is dat opvoeding leerling-gesentreerd en nie-otoritêr moet wees en dat die aktiewe deelname van leerlinge in die leerproses aangemoedig moet word. Geoordeel teen die agtergrond van hierdie appél, behoort onderwysers 'n groot uitdaging in Realistiese Wiskunde Onderrig as 'n benadering in die onderrig van Wiskunde te sien. Die oproep aan onderwysers, soos vervat in die Herontwikkelings- en Opbou-program (R.D.P., 1994) van die A.N.C, om betrokke, toegewyd en buigbaar in die onderwys van ons kinders te wees, behoort as verdere inspirasie vir onderwysers te dien om die transformasie van die onderwys as 'n uitdaging te aanvaar. 'n Uitdaging om eendersyds betrokke te raak by kurrikulumontwikkeling en -hervorming in ons skole, maar ook om andersyds 'n rol te speel in die heropbou van die breër Suid-Afrikaanse gemeenskap. Sodoende kan onderwysers werklik effektief 'n bydra lewer tot die transformasieproses van onderwys en opvoeding in die land.

## BIBLIOGRAFIE

- African National Congress (Education Department) (1994). A Policy Framework For Education and Training. Chapters 13 & 17. Braamfontein.
- African National Congress (1994). A Policy Framework For The Reconstruction and Development Programme. Cape Town: ABC Book Printers.
- Blumenthal, L. & Menger, Karl (1970). Studies in Geometry. San Francisco: W.H. Freeman and Co.
- Borzuk, Karol & Szmielen, Wanda (1960). Foundations of Geometry. Amsterdam: North-Holland Publishing Co.
- De Lange, Jan (1987). Mathematics Insight and Meaning. Utrecht: State University of Utrecht.
- Ernest, Paul (1991). The Philosophy of Mathematics Education. Basingstoke: The Falmer Press.
- Freudenthal, Hans (1968). Why to Teach Mathematics so as to be Useful. Educational Studies in Mathematics. Volume 1, No. 1/2, pp. 3-8.

Freudenthal, Hans (1971). Geometry between the devil and the deep sea. Educational Studies in Mathematics. Volume 3, No. 3/4, pp. 413-435.

Freudenthal, Hans (1981). Major problems of Mathematics Education. Educational Studies in Mathematics. Volume 12, pp. 133-150.

Freudenthal, Hans (1988). Ontwikkelingsonderzoek. In K. Gravenmeijer en K. Koster (Redakteurs). Onderzoek, Ontwikkeling en Ontwikkelingsonderzoek, pp. 49-54. Utrecht: Werkgroep Ontwikkelingsonderzoek van die NVORWO en NVvW.

Gattegno, Caleb (1963). For The Teaching of Mathematics. England: Lampport Gilbert & Co.

Goffree, Fred (1993). HF: Working on Mathematics Education. Educational Studies in Mathematics. Volume 25, Nos. 1-2, pp.21-49.

Gravemeijer K., Van den Heuvel M. en Streefland L (1990). Context Free Productions Tests and Geometry in Realistic Mathematics Education. Utrecht: State University of Utrecht.

Harrison, D. (1981). The White tribe of Africa: South Africa in perspective. Los Angeles: University of California Press.

- Hendrickson, Dean (1974). Why Do We Teach Mathematics?  
The Mathematics Teacher. Volume 67, No. 3,  
pp. 468-470.
- Jansen, J.D. (1990). Curriculum as a Political Phenomenon:  
Historical Reflections on Black South African  
Education. Journal of Negro Education. Volume 59,  
No. 2, pp. 195-206.
- Jaworski, B. & Watson, A. (1974). Mentoring in Mathematics  
Teaching. London: The Falmer Press.
- Julie, Cyril M. (1991/92). Equations of Inequality:  
Challenging the School Mathematics Curriculum.  
Perspectives in Education. Volume 13, No. 1, pp. 3-10.
- Julie, Cyril M. (Redakteur, 1991). People's Mathematics: Early  
Ideas and Debates. Bellville: University of the  
Western Cape.
- Kilpatrick, Jeremy (1987). What Constructivism Might Be in  
Mathematics Education. Paper presented at the 11th  
annual meeting of the International Group for the  
Psychology of Mathematics Education. Montreal,  
19-25 July 1987.



Klamkin, Murray S. (1968). On the Teaching of Mathematics so as to be useful. Educational Studies in Mathematics. Volume 1, No. 1/2, pp. 126-160.

Lampert, Magdalene (1990). When the Problem is not the Question and the Solution is not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. American Educational Research Journal. Volume 27, No. 1, pp. 29-63.

Lerman, Stephen (1989). Constructivism, Mathematics and Mathematics Education. Educational Studies in Mathematics. Volume 20, No. 2, pp. 211-223.

Onderwysbulletin JS 13/84 (1984). Junior Sekondêre Kursus Sillabus: Wiskunde vir standerds 5, 6 en 7. Volume 19. Kaapstad: Departement van Binnelandse Aangeleenthede.

Revuz, André (1971). The Position of Geometry in Mathematical Education. Educational Studies in Mathematics. Volume 4, No. 1, pp. 48-52.

Pells, E. (1938). European, Coloured and Native Education in South Africa, 1652-1938. Cape Town: Juta.

Petersen, John C. (1973). Informal Geometry in Grades 7-14. In Geometry in the Mathematics Curriculum. Thirty-sixth Yearbook. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

- Robinson, Gilbert (1959). The Foundations of Geometry.  
Toronto: University of Toronto.
- Ryan, Patrick J. (1986). Euclidean and Non-Euclidean Geometry:  
An Analytical Approach. Cambridge: Cambridge  
University Press.
- Schuster, Seymour (1971). On the teaching of Geometry: A  
Potpourri. Educational Studies in Mathematics.  
Volume 4, No. 1, pp. 76-86.
- Secondary school curriculum in Bantu schools. (March 1943).  
The African Teacher. Volume 4, No. 4, pp. 1-2.
- Seydel, Ken (1980). Geometry: An Exercise in Reasoning.  
Philadelphia: W.B.Saunders Co.
- Streefland, L. (1988). Een voorbeeld van  
ontwikkelingsonderzoek - breuken. In K. Gravenmeijer  
en K. Koster (Redakteurs). Onderzoek, Ontwikkeling en  
Ontwikkelingsonderzoek, pp. 55-67. Utrecht: Werkgroep  
Ontwikkelingsonderzoek van die NVORWO en NVvW.
- Streefland, L. (1993). Editorial: The Legacy of Freudenthal.  
Educational Studies in Mathematics. Volume 25,  
Nos. 1-2, pp. 1-7.

Steiner, Hans-Georg (1968). Examples of exercises in  
mathematization on the secondary school. Educational  
Studies in Mathematics. Volume 1, No. 1/2,  
pp. 181-201.

The Argus (8 August 1994).

The Argus (24 August 1994).

Thompson, I. (1988). Making Mathematics Relevant. Mathematics  
in School. Volume 17, No. 4, pp.36-38.

Treffers, A. (1993). Wiskobas and Freudenthal: Realistic  
Mathematics Education. Educational Studies in  
Mathematics. Volume 25, Nos.1-2, pp. 89-108.

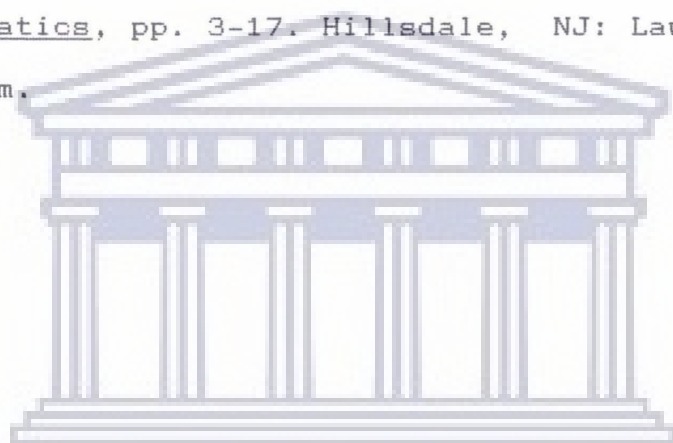
UNESCO (1972). New Trends in Mathematics Teaching. Volume 3.  
Paris.

Van Eerde, H.A.A. (1988). Ontwikkelingsonderzoek  
gerekonstrueerd. In K. Gravenmeijer en K. Koster  
(Redakteurs). Onderzoek, Ontwikkeling en  
Ontwikkelingsonderzoek, pp. 8-11. Utrecht: Werkgroep  
Ontwikkelingsonderzoek van die NVORWO en NVvW.

Van Est, W.T. (1993). Hans Freudenthal (17 September 1905-13  
Oktober 1990). Educational Studies in Mathematics.  
Volume 25, Nos. 1-2, pp. 59-69.

Vollrath, H.J. (1976). The place of Geometry in Mathematics Teaching: An analysis of recent developments. Educational Studies in Mathematics. Volume 7, No. 3, pp. 431-442.

Von Glasersfeld, Ernst (1987). Learning as a Constructive Activity. In Claude Janvier (Editor). Problems of representation in the teaching and learning of mathematics, pp. 3-17. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

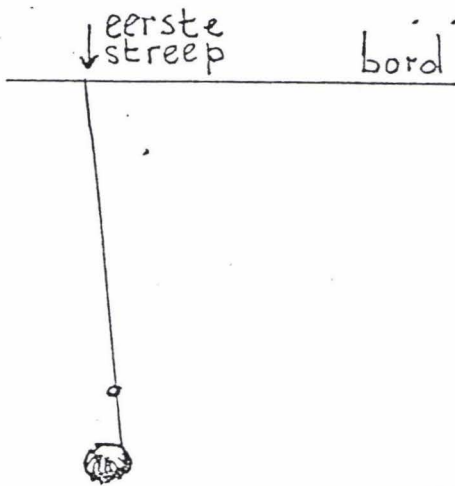


UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE



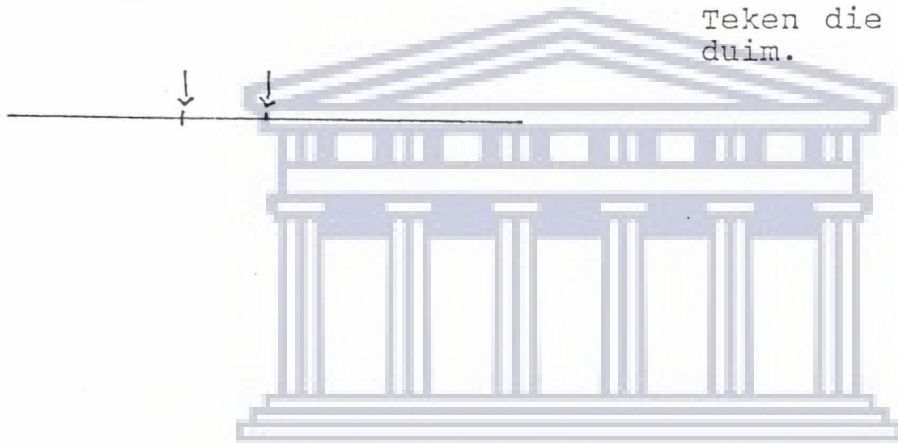
WERKBLAD A

1



Teken die plek van die tweede streep op die bord. Gebruik 'n kyklyn (gesigslyn)

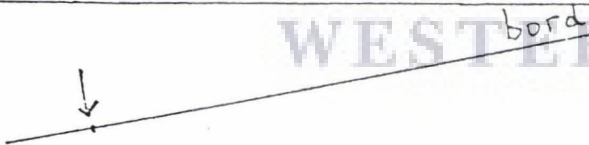
2



Teken die plek van die duim.

UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

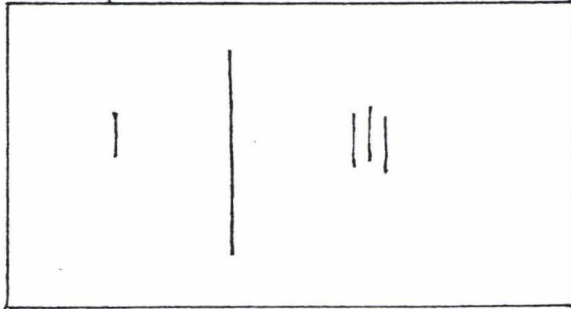
3



Teken die tweede streep. Dieselfde leerling gaan staan nou tweekeer sover van die skryfbord af. Teken dit. Wat kan jy nou sê van die afstand tussen die twee strepe?

WERKBLAD B

- 4 Vier leerlinge doen die duimsprong. Die resultaat sien sò daaruit:



Hoe is dit moontlik?

- 5 Samad se arm is veel langer as Ruby s'n.  
By wie lê die strepe die verste van mekaar?
- 6 Die arm van Patricia is net so lank soos Samad s'n. Die strepe by Patricia lê tog verder van mekaar.  
Hoe is dit moontlik?
- 7 Hoe vêr moet jy van die bord staan om die aftsand tussen die strepe net so groot te kry as die afstand tussen jou oë?
- 8 Hoe verklaar jy dat daar verskillende strepe is as meer mense die duimsprong van dieselfde plek doen.

- a. Hier is jou kop van bo af gesien. Teken jou arms soos uit hierdie posisie gesien.
- b. Kleur die gebied in wat jy in hierdie posises kan sien. Die grense van die gebied is reguitlyne.

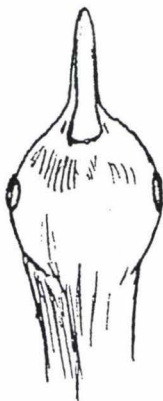


Dit is die gesigsveld van jou regteroog.

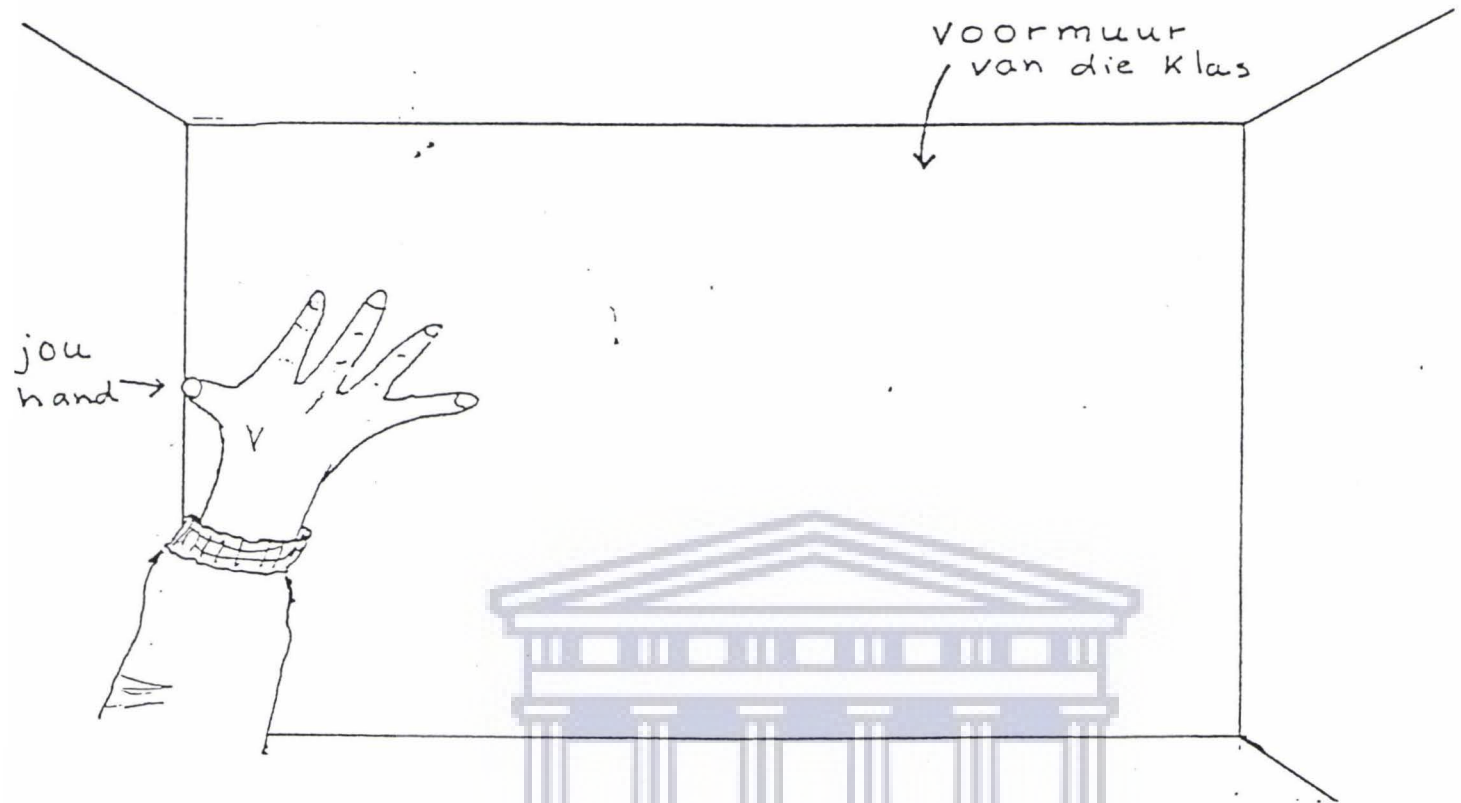
- c. Teken die gesigsveld van jou linkeroog op die skets hierbo.
- d. Stel jou voor dat jy met jou rug teen 'n muur staan. Kan jy nou, met jou kop stil maar deur jou oë te beweeg, beide kante van die muur sien? Beskryf waarom jy dit kan doen.

UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

- e. Veronderstel dat jy 'n duif is. Teken nou die gesigsveld van jou twee oë.

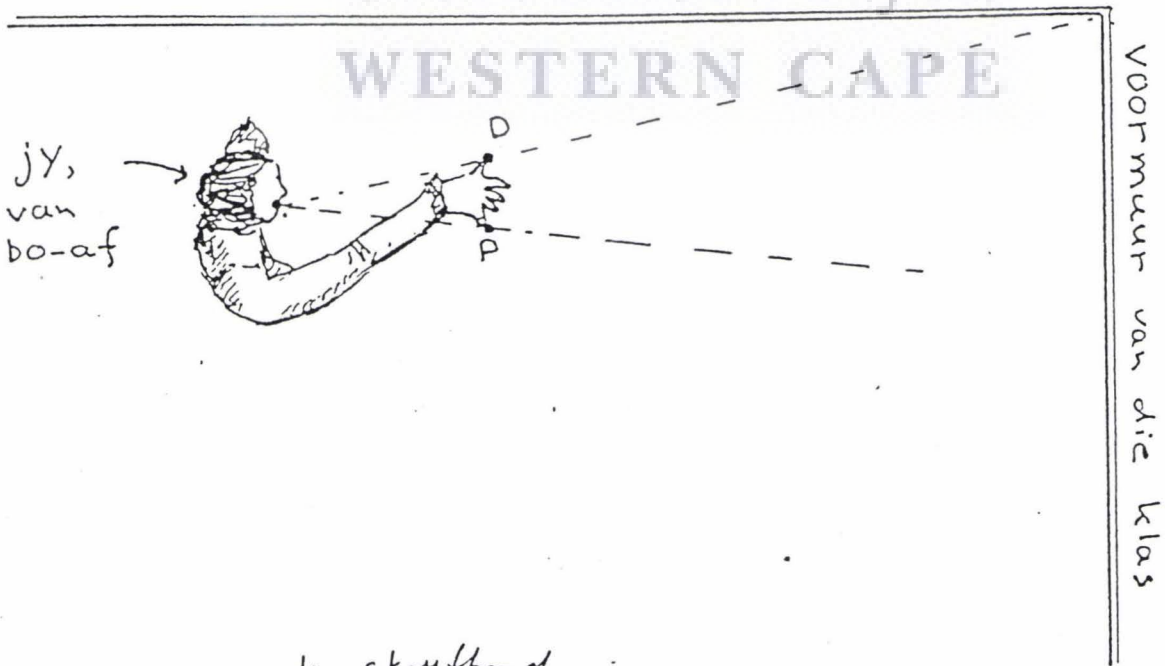


Welke diere het 'n smal gesigsveld?  
(Dink aan drie)



- a. Dit is wat jy sien. Teken op die skets hierbo die ander dinge wat jy op die muur sien. Ook die skryfbord

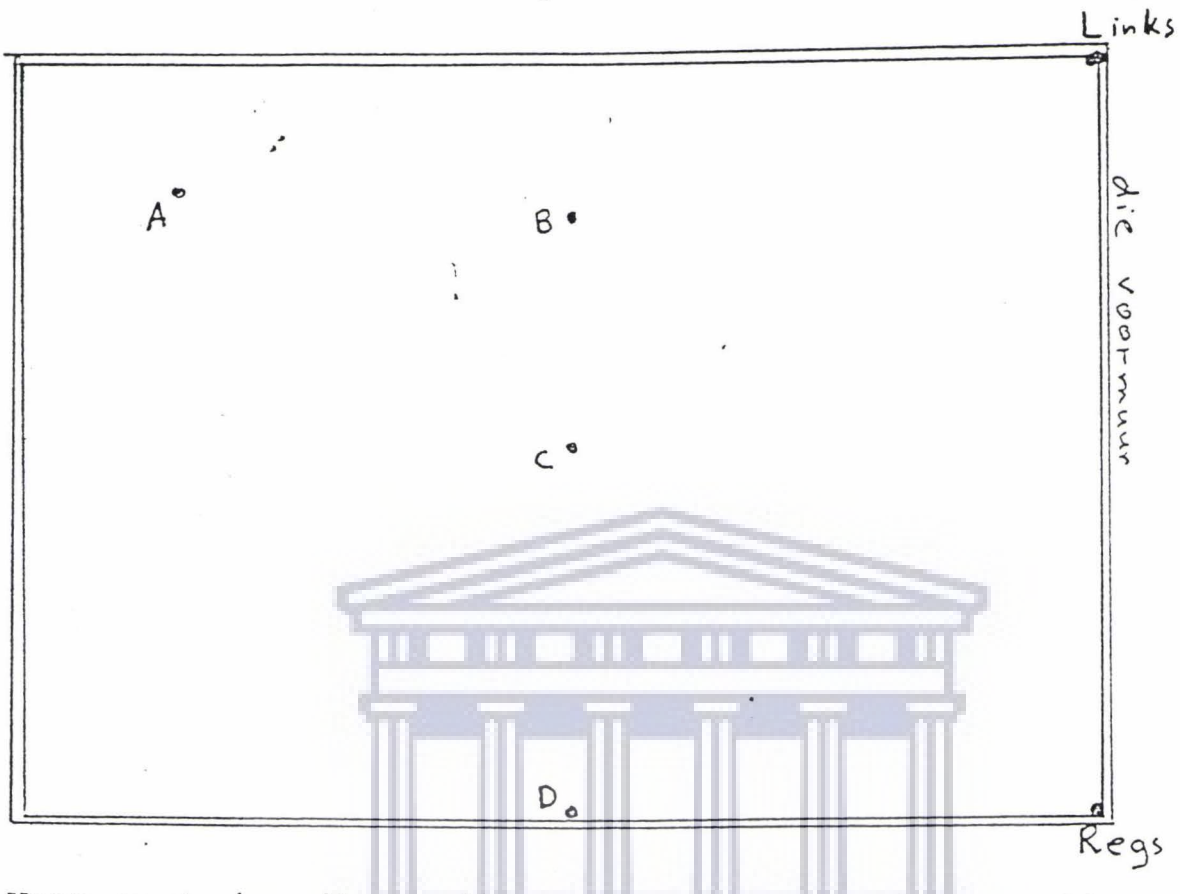
So sien dit van bo-af uit.



- b. Teken nou ook van bo-af, <sup>die skryfbord</sup> ~~wat op die muur gesien kan word.~~



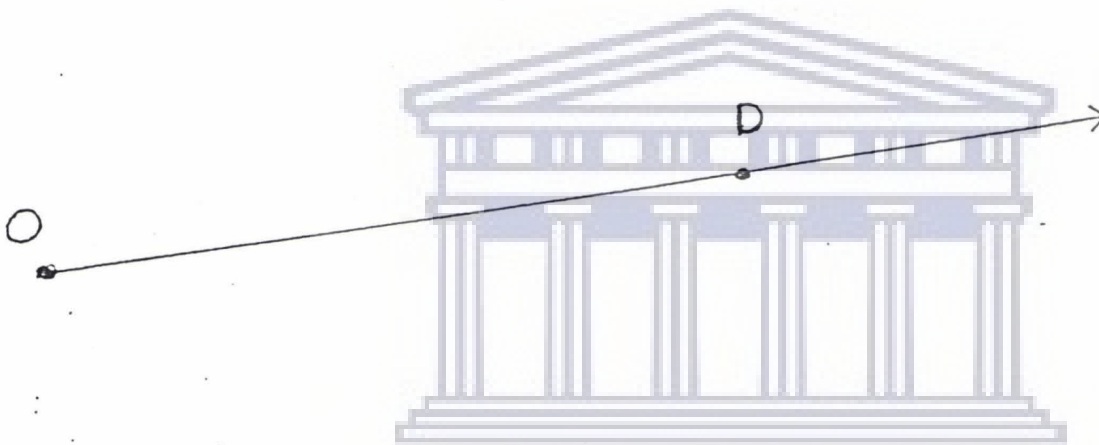
Dit is die hele klas van bo-af gesien.



- Waar moet jy sit om die voorkant met so min moontlike handspanne te kan meet?
- Teken die hoek waaronder jy vanaf A die voorkant van die klas sien. Meet die hoek met jou gradeboog.          grade.
- Doen dieselfde vanaf B, C en D.  
B:          C:          D:
- Vind een posisie in die klas waarvandaan jy die voorkant van die klas vanuit  $45^\circ$  sien. Merk die posisie E.
- Soek 'n plek vir  $90^\circ$ . Merk dit F.
- Vergelyk jou antwoorde met ander leerlinge se antwoorde. Vir welke vrae (a, b, c, d, e) is julle antwoorde dieselfde? Vir welke vrae hoef dit nie dieselfde te wees nie?

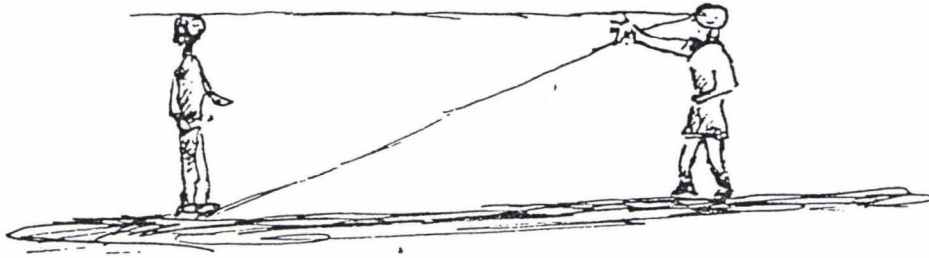
WERKBLAD F

- a. Hoeveel handspanne het jy nodig om 'n volle draai te maak?
- b. 'n Volle draai is 360 . Bepaal hoeveel grade jou handspan is. Skryf neer hoe jy dit bereken het. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- c. Onder hoeveel grade sien jy die voorkant van die klas? \_\_\_\_\_ . Bereken dit.
- d. Die tekening hieronder toon jou Oog en Duim soos van bo-af gesien. Teken jou pinkie daarby. Doen dit noukeurig.

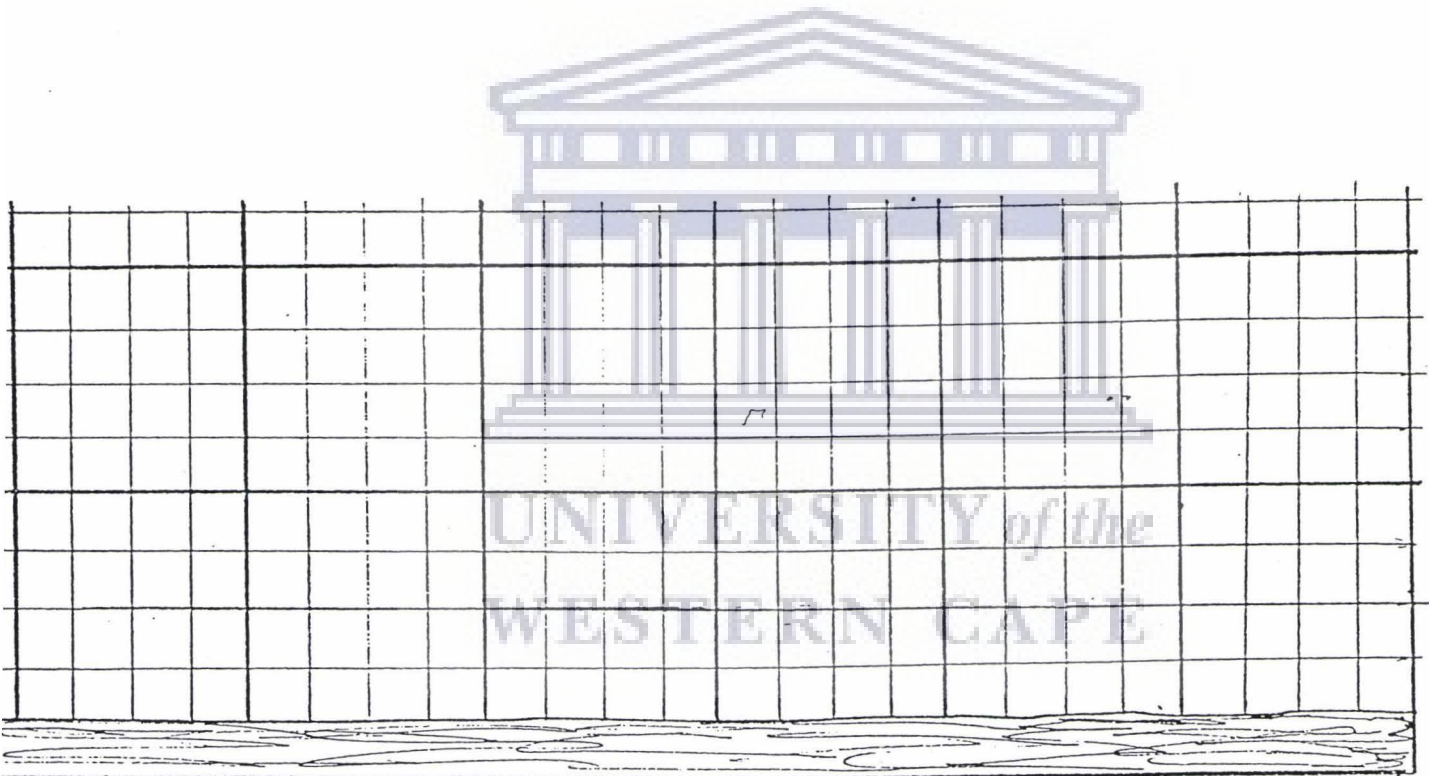


UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE

- e. Doen die volgende in pare:  
Staan so vër van mekaar af dat jy jou maat van kop tot tone met 1 handspar kan sien. Dus so



Meet jou lengte en die afstand tussen julle. Ruil om en herhaal.  
Maak nou 'n tekening op die geruite papier.



1 blokkie is 25 cm

Op hierdie tekening kan jy die kykhoek teken. Hoeveel grade is dit?

Dit is \_\_\_\_\_ grade.

Klop dit met b?

- f. Wat jy nou geteken het staan bekend as die sy-aansig.  
Het voorheen sy-aansig en bo-aansig teëgekóm?

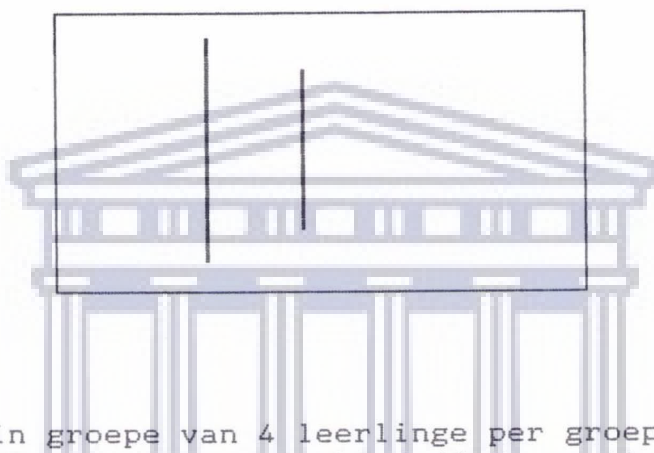
## BYLAE 2

### Eerste Eksperiment: Onderwysersgids

#### DEEL 1: DIE DUIMSPRONG

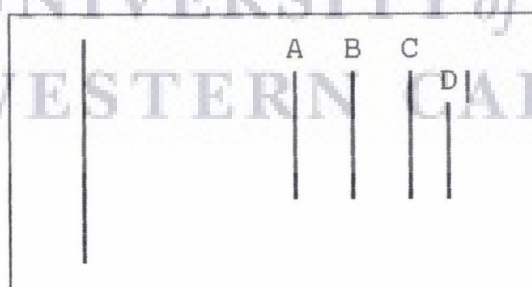
##### LES: 1

Die onderwyser trek 'n streep op die skryfbord, waarna hy agter in die klas gaan staan. 'n Leerling staan voor in die klas. Die onderwyser doen die duimsprong en vra die leerling om die tweede streep op die bord te trek. Daarna laat hy nog 'n leerling die duimsprong vanaf dieselfde posisie doen.



#### GROEPWERK

Die klas word in groepe van 4 leerlinge per groep georganiseer. Elke groep kry 'n blad (A-3 grootte) en hulle word opdrag gegee om die duimsprong uit te voer. Elke groep behoort 'n resultaat soos volg te hê:



Indien leerlinge klaar is, keer hulle terug na hul sitplekke en die onderwyser vra hulle om te probeer verklaar waarom dit lyk asof die duim spring. Tesame met hul verklaring kan leerlinge gevra word om 'n skets te teken.

Hierdie hele oefening kan òf in groepe òf in die hele klas bespreek word. Leerlinge kan gevra wrd om m.b.v. hul sketse te rapporteer. Die onderwyser moet leerlinge help waar moontlik. Die einddoel is om die begrip bo-aansig uit leerlinge te kry, indien moontlik.



Die onderwyser kan die volgende vrae/ bykomende inligting deurgee:

- Die lyne vanuit die oog noem ons kyklyne.
- Die skets wat ons geteken het, staan bekend as die bo-aansig.
- in die bo-aansig word heelwat inligting weggelaat, omdat ons dit in die verklaring nie nodig het nie. Dit is 'n belangrike kenmerk van Wiskunde.

Die onderwyser moet versigtig mees in die gebruik van die begrippe bo-aansig en kyklyn.

### **Werkblad A & B**

Werkblad A & B kan nou gedoen word. Die onderwyser kan die volgende antwoord in Werkblad B verwag. By vraag 4 kan leerlinge noem dat die persoon skeel is. Die onderwyser moet hulle egter daarop wys dat dit niks met skeelheid te doen het nie. Hierdie leerling kyk egter met die linkeroog na die aanvanklike streep (groot streep).

[Een tussenvraag by vraag 6 kan wees: Hoe kan jy dit self kontroleer? Begelei leerlinge om arm kort te maak (deur dit te buig) en dan weer lank te maak (deur dit uit te strek).]

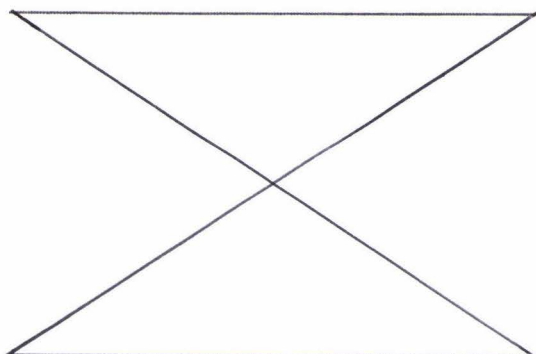
Alle leerlinge hoef nie die redes by vraag 6 te verstrek nie. Gedurende die besprekings, egter, is dit belangrik dat die leerlinge moet begryp dat armlengte en oog-afstand bepalend kan inwerk op die afstand tussen die strepe op die bord. Indien die afstand na die bord varieer word, is dit eweredig met die afstand tussen die strepe.

### **Les 2**

Die onderwyser kan begin deur 'n paar begrippe aan te haal, byvoorbeeld:

- duimsprong
- kyklyn
- bo-aansig

Besprekings kan in groter klasse gedoen word. Ondergenoemde kan in klas-bespreking bygevoeg word:



Jy het twee drie hoeke geteken. Die twee driehoeke het dieselfde vorm. Hoe moet jy staan om twee simmetriese driehoeke te kry. Hierdie driehoeke noem ons gelykbenige driehoeke.

## DEEL 2: HOEKE MET JOU HANDE

In hierdie gedeelte gaan dit om die hoek waarna daar na dinge gekyk word. Ons kyk nog steeds met een oog en ons gebruik ons hande. In alle aktiwiteite bly die arm gestrek.

### Eerste ondersoek: Hoeveel kan jy met een oog sien?

Die onderwyser en leerlinge doen die oefening saam. Die linkeroog word gesluit en daar word met die regteroog gekyk. Slegs die regteroog mag beweeg:

"wat sien jy indien jy jou kop stilhou, en sover na links moontlik te kyk?"

Moontlike reaksies van leerlinge kan wees:

- niks
- die klaskamer se deur
- my neus, ensovoorts.

Alles wat leerlinge mag noem is goed, maar ons gaan 'n bietjie verder na wat 'n persoon net-net kan sien:

"wys met jou linkerarm na wat jy net-net kan sien".

Hierdie arm word so gehou. "Gebruik nou die regterarm en beweeg dit na regs, totdat jy dit nie meer kan sien nie."

Die gebied wat nou deur jou twee arms aangewys word, word die gesigsveld genoem.

Na hierdie aktiwiteit word leerlinge gevra om 'n skets te maak van wat hulle so pas gedoen het. Die leerlinge kan op 'n blad teken en gegewens daarop inskryf.

Werkblad C kan nou gedoen word. Die volgende vrae kan moontlik gestel word:

- dink jy dat jy so ver agter jou kan kyk?
- sal almal se gesigsveld dieselfde wees? Verklaar.
- watter dier kyk meer na voor?

In die algemeen is dit meer roofdiere, bv. 'n leeu, kat, slang en voëls. Koeie, skape, akkadisse, duiwe en vlieë kyk meer na die kante. Waarom is dit so?

### Tweede Ondersoek: Meet met die handspan

Die gesigsveld is 'n voorbeeld van 'n kykhoek: die hoek waarna jy na iets vanuit jou oog kyk. Nou gaan ons ander kykhoeke meet.

Die aktiwiteit word weereens saam gedoen:

Een oog is toe. Strek jou arm en sprei jou hand oop. Hou jou duim by die linker-voorkant van die klas. Tot waar kom jou pinkie? Hierdie afstand tussen die duim en die pinkie, heet die handspan. Verskuif jou hand sodat jou duim nou op die plek rus waar die pinkie was. Hou so aan tot by die regterhoek van die klaskamer. Hoeveel handspanne tel jy?

- was dit almal dieselfde?
- hoekom verskil dit?
- moontlike redenasies: sommige sit verder weg van die bord of ons hande is nie almal ewe groot nie.

Elkeen kan nou tel hoeveel handspanne daar is vanaf die een hoek van die klaskamer, reg rondom, tot by dieselfde (oorspronklike) hoek. Die hoeveelhede kan op die bord aangeteken word - dit wissel van 18 tot 20.

Daarna word Werkblad D aangepak.

#### **Werkblad D**

Dit is 'n skematiese voorstelling van die voorafgaande aktiwiteit. Die boonste prent is wat jy sien. Die onderste prentjie is hoe 'n vlieg, wat teen 'n plafon sit, jou en jou arm sien, en hoe die kykhoek ontstaan.

Op die boonste prentjie kan die hoek vanuit die oog nie geteken word nie, maar op die onderste prentjie wel. Daar word dus hier van twee verskillende maniere van teken gebruik gemaak. In meetkunde gaan dit ook om oefeninge met sulke verskillende voorstellings.

#### **Na-besprekings:**

- Hoe is die bord of deur in die bo-aansig geteken?  
As 'n streep. Dan is dit asof dit steeds na bo is.

#### **Werkblad E**

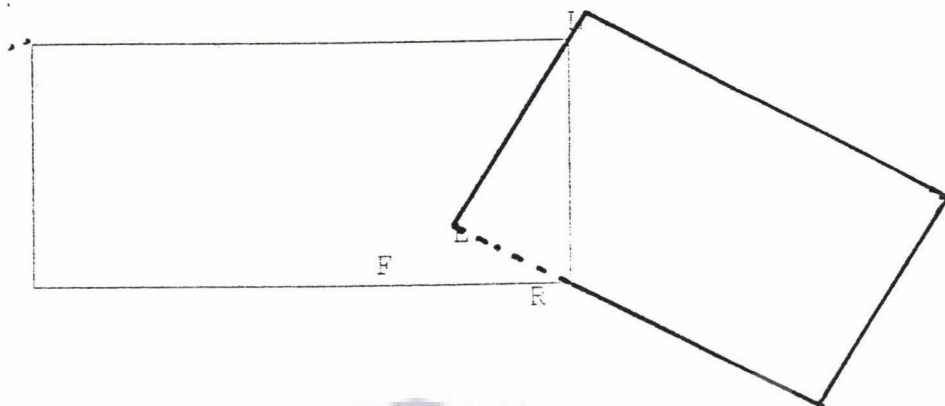
Daar kan onmiddellik na werkblad E gegaan word. Hier oefen ons om hoeke te meet en te teken. Later gebruik ons die tekeninge om na tipes driehoeke te kyk.

#### **Na-bespreking:**

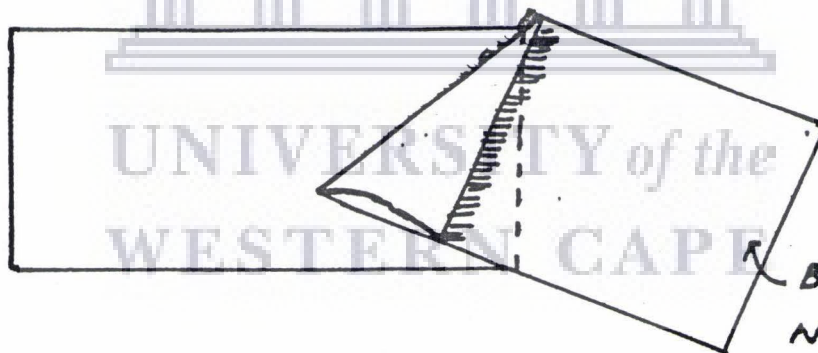
Vraag (d) en (e) kan met 'n stukkie papier gedoen word:



(e)



(d)



BLAAR IS TOT  
N HOEK VAN  
45° GEVOU.

Indien dit so gedoen word, kan ons by vraag (f) die volgende vraag stel: soek soveel moontlike plekke waar jy die voorkant van die klas onder  $90^\circ$  sien.

Nou moet daar net bewys word dat alle punte op 'n halwe sirkel lê. Dit kan later ook gedoen word. Belangrik is dat die leerling gelei moet word om dit self te ontdek.



## WERKBLAD F

Werkblad F gaan oor die maat van die handspan. Hier word terugverwys na die aktiwiteit voor Werkblad D.

360
-----
aantal handspanne
=maat van jou handspan

Uiteindelik word dit sò aangeteken. Dit behoort so 18 tot 20 handspanne te wees.

In vraag (d) moet die gevoude hoek gebruik word. Die tekening is skematies - slegs O, P en D is eg, maar dit is presies.

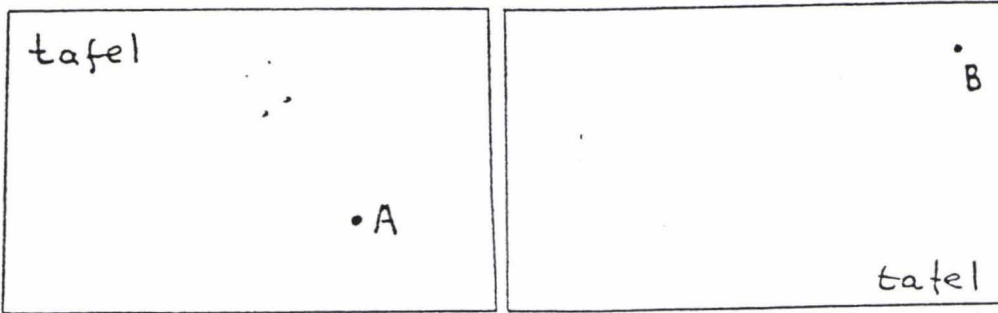
In opdrag (e) meet ons weer die mate van die handspanhoek. Hier kan nou van 'n gradeboog gebruik gemaak word, alhoewel ons aanvanklik nie 'n gradeboog nodig gehad het nie. Dit klop moontlik met (b), maar leerlinge kan ook ander redes aanvoer waarom dit nie klop nie.

Vraaf (f) noem duidelik dat dit hier om 'n tipe afbeelding gaan. Sy- en bo-aansig word in allerlei toepassings in Wiskunde gebruik.

UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE

WERKBLAD A

a. Plaas twee tafeltjies teenmekaar soos volg:

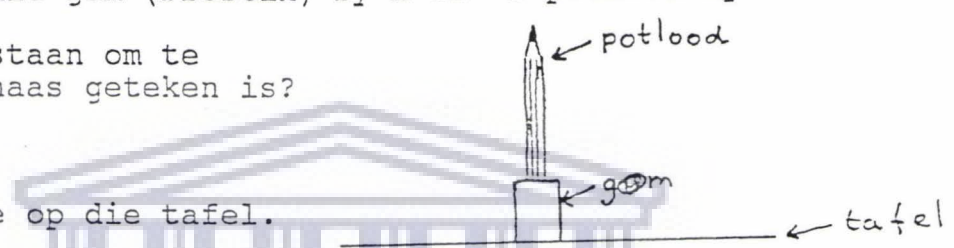


Plaas 'n stukkie gom (Prestik) by A en 'n potlood by B.

Waar moet jy staan om te sien wat hiernaas geteken is?

Jy moet buk!

Maak 'n merkie op die tafel.



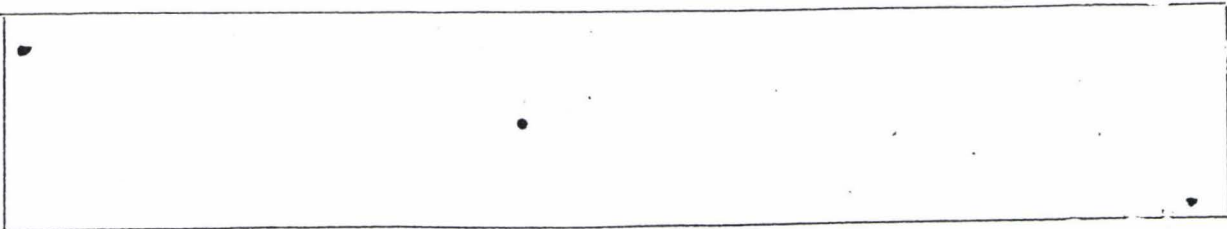
b. Plaas nou drie stukkie gom op die tafels. Dit moet in 'n lyn staan. Paas dit redelik ver van mekaar.

Teken waar julle die gom geplaas het.



Waar moet jy staan om te kyk of die stukkie gom presies in lyn staan?

c. Hier is drie kolletjies. Is hulle in lyn?



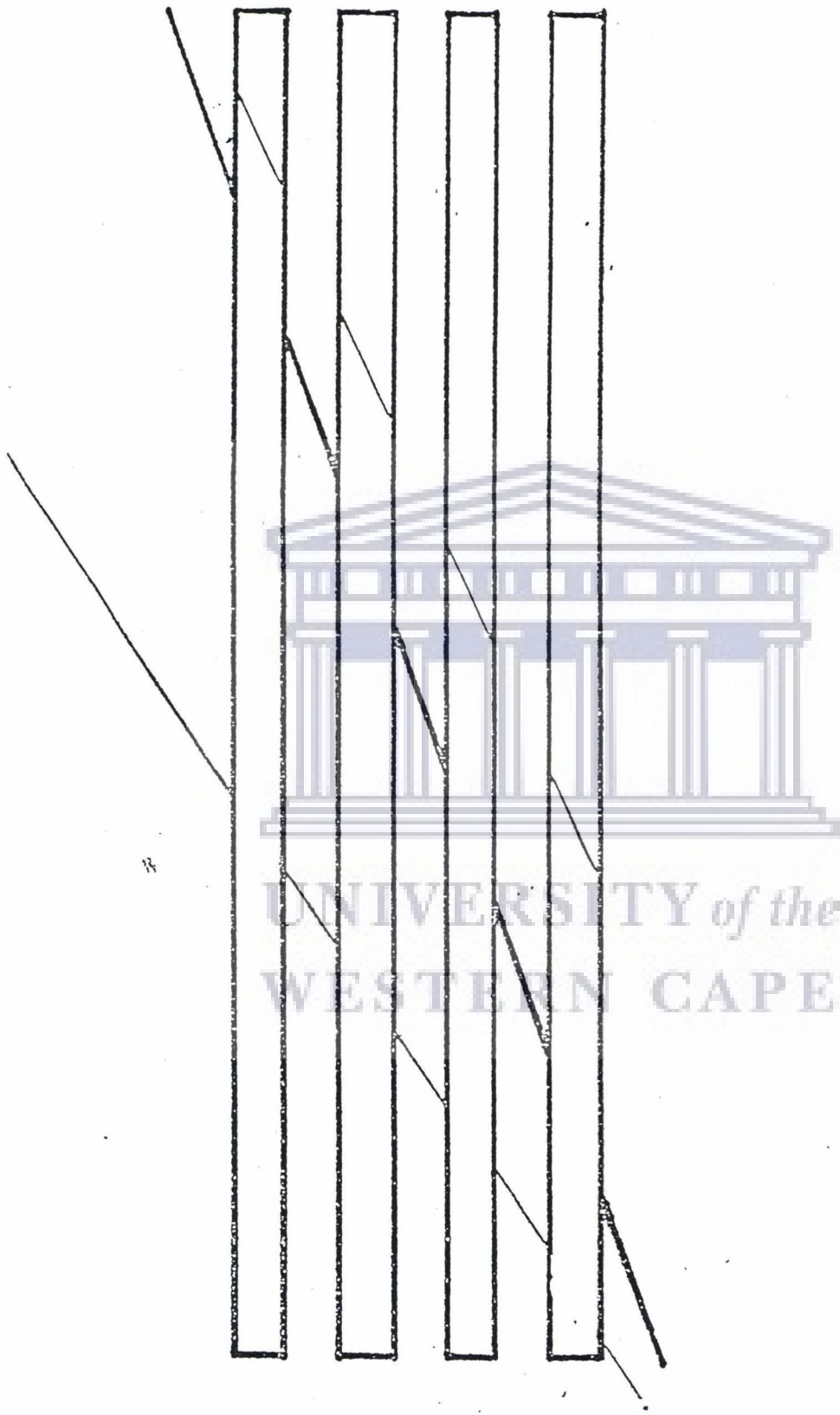
Hoe kan jy vir seker weet dat dit so is?

---

---

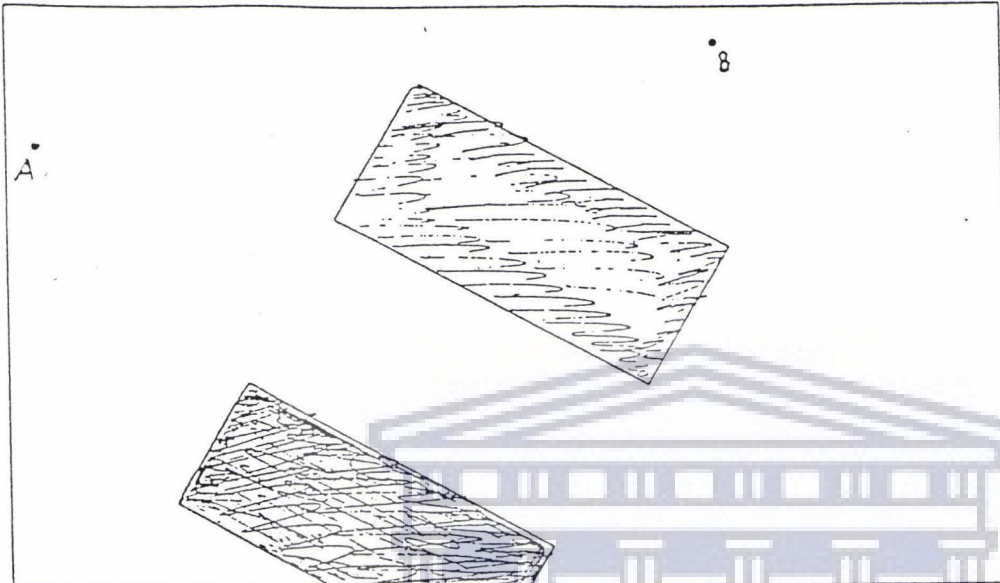
---

---



d. Hoe kan jy sien of die skuins stukke op 'n reguit lê? <sup>lyn</sup>

- a. Hier sien jy twee huise van bo af.  
Achmed staan by A, Berry by B.  
Kan Achmed vir Berry sien? \_\_\_\_\_  
Kan Berry vir Achmed sien? \_\_\_\_\_



- b. 'n Spreeu, 'n duif en 'n kat sit op die grond.  
Berry sien die spreeu, maar Achmed sien dit nie.  
Achmed sien die duif maar Berry sien dit nie.  
Geeneen van hulle sien die kat.
- Dui met drie kolletjies, gemerk S, D en K, aan waar die drie diertjies moontlik kan sit.
- c. Kleur die hele gebied waar die kat kan sit in met jou potlood.



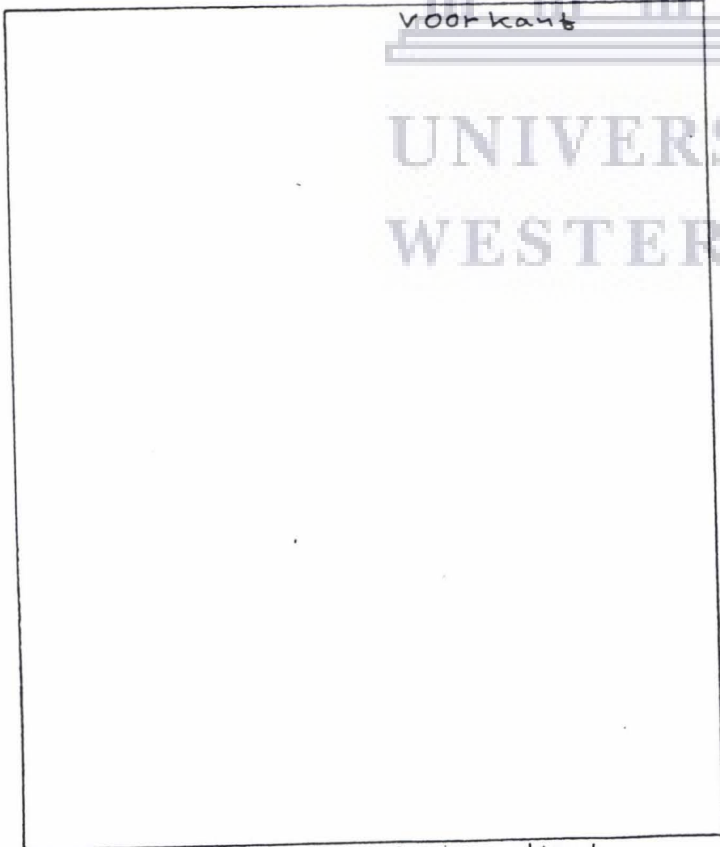
- a. Hier is jou kop van bo af gesien. Teken jou arms soos uit hierdie posisie gesien word.
- b. Kleur die gebied in wat jy in hierdie posisie kan sien. Die grense van die gebied is reguitlyne.



Dit is die gesigsveld van jou regteroog.

- c. Teken die gesigsveld van jou linkeroog op die skets hierbo.

- d. Hier sien jy die klaslokaal geteken.



Plaas 'n kolletjie by die plek waar jy sit.

Hou nou jou kop stil.

Welke stuk van die voorkant lê binne die gesigsveld van jou regteroog?

Trek 'n streep om dit aan te dui.

- e. Stel jou voor dat jy met jou rug teen 'n muur staan. Kan jy nou, met jou kop stil maar deur jou oë te beweeg, beide kante van die muur sien?  
Beskryf waarom jy dit kan doen.

---

---

---

---

---

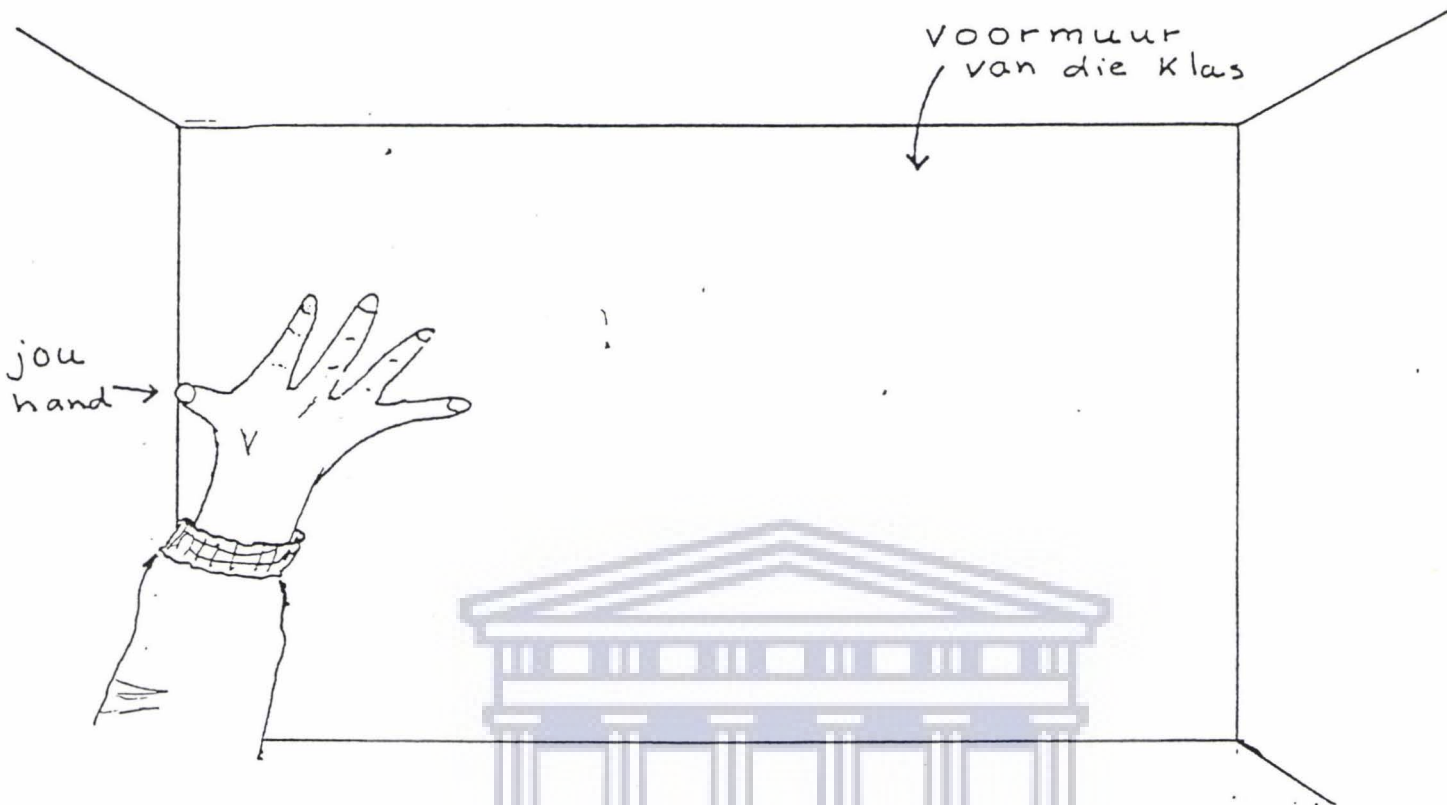
---

- f. Veronderstel dat jy 'n duif is.  
Teken nou die gesigsveld van jou twee oë.

Welke diere het 'n  
smal gesigsveld?  
(Dink aan drie)

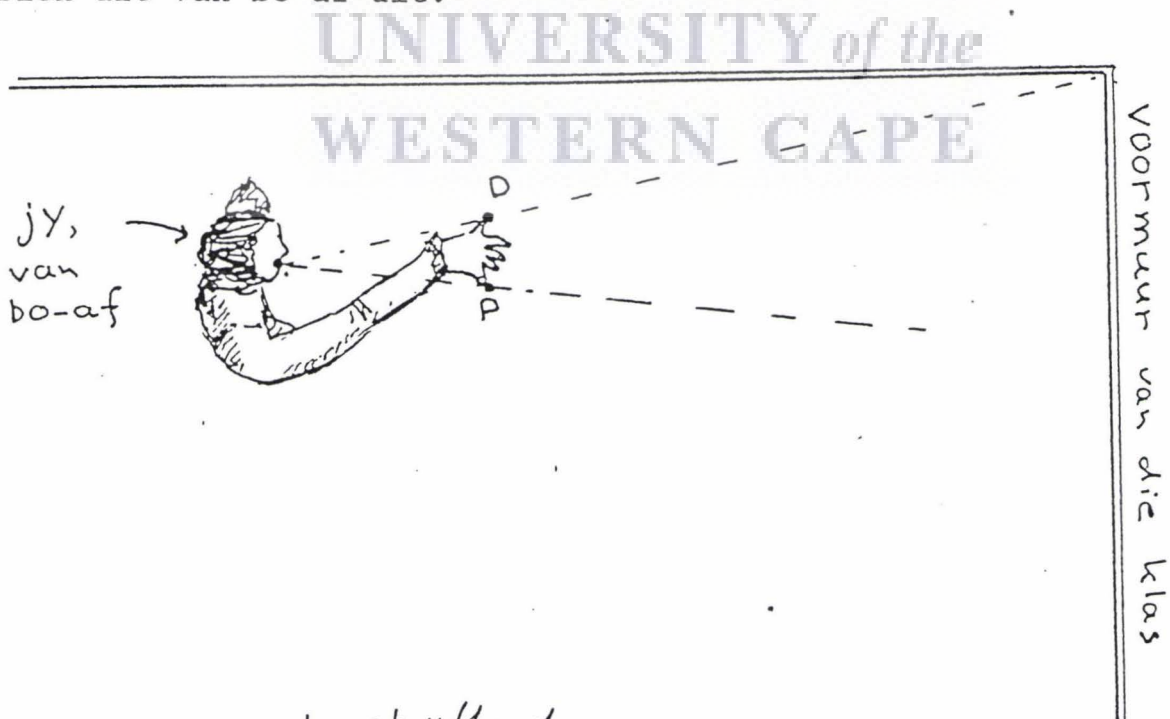


UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE



a. Dit is wat jy sien. Teken op die skets hierbo die ander dinge wat jy op die muur sien. *ook die skryfbord*

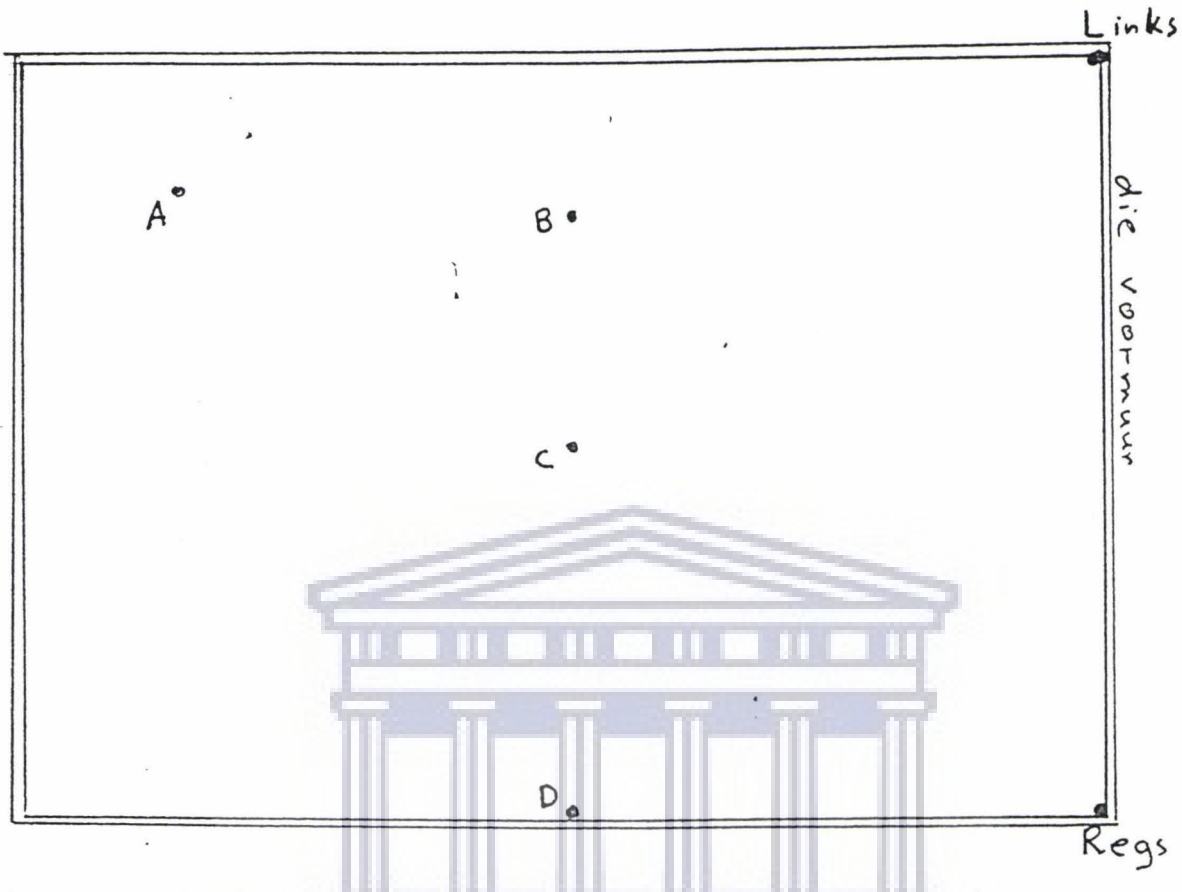
So sien dit van bo-af uit.



b. Teken nou ook *die skryfbord* van bo-af, ~~wat op die muur gesien kan word.~~

WERKBLAD E

Dit is die hele klas van bo-af gesien.

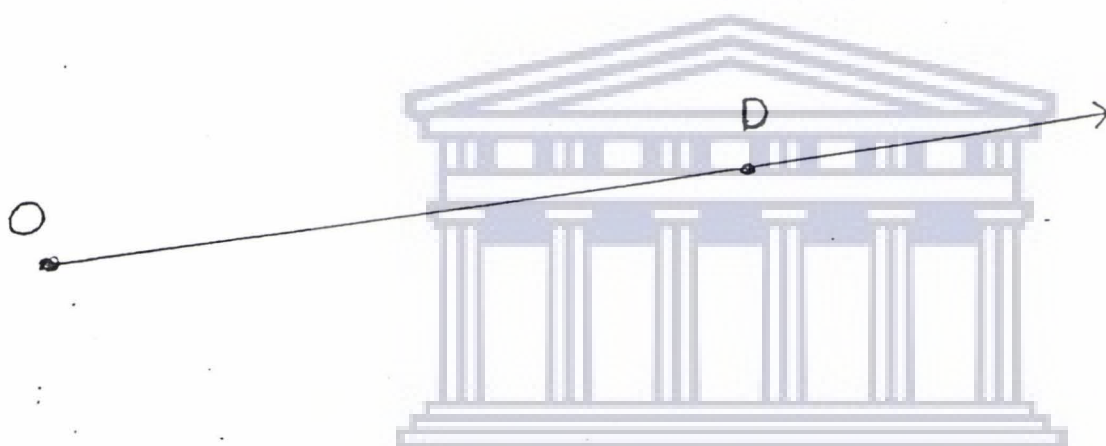


- Waar moet jy sit om die voorkant met so min moontlike handspanne te kan meet?
- Teken die hoek waaronder jy vanaf A die voorkant van die klas sien. Meet die hoek met jou gradeboog. \_\_\_\_\_ grade.
- Doen dieselfde vanaf B, C en D.  
B: \_\_\_\_\_ C: \_\_\_\_\_ D: \_\_\_\_\_
- Vind een posisie in die klas waarvandaan jy die voorkant van die klas vanuit  $45^\circ$  sien. Merk die posisie E.
- Soek 'n plek vir  $90^\circ$ . Merk dit F.
- Vergelyk jou antwoorde met ander leerlinge se antwoorde. Vir welke vrae (a, b, c, d, e) is julle antwoorde dieselfde? Vir welke vrae hoef dit nie dieselfde te wees nie?



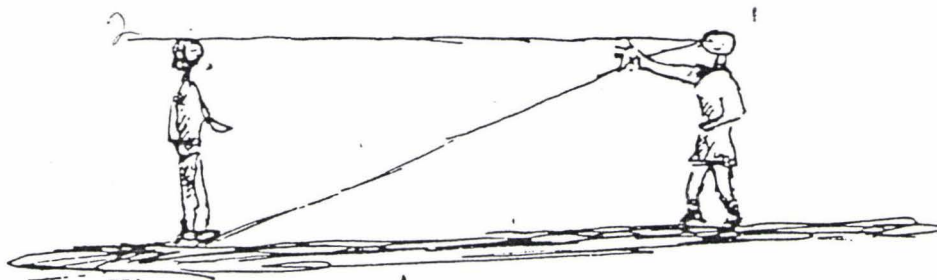
WERKBLAD F

- a. Hoeveel handspanne het jy nodig om 'n volle draai te maak?
- b. 'n Volle draai is 360 . Bepaal hoeveel grade jou handspan is. Skryf neer hoe jy dit bereken het. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- c. Onder hoeveel grade sien jy die voorkant van die klas? \_\_\_\_\_ . Bereken dit.
- d. Die tekening hieronder toon jou Oog en Duim soos van bo-af gesien. Teken jou pinkie daarby. Doen dit noukeurig.

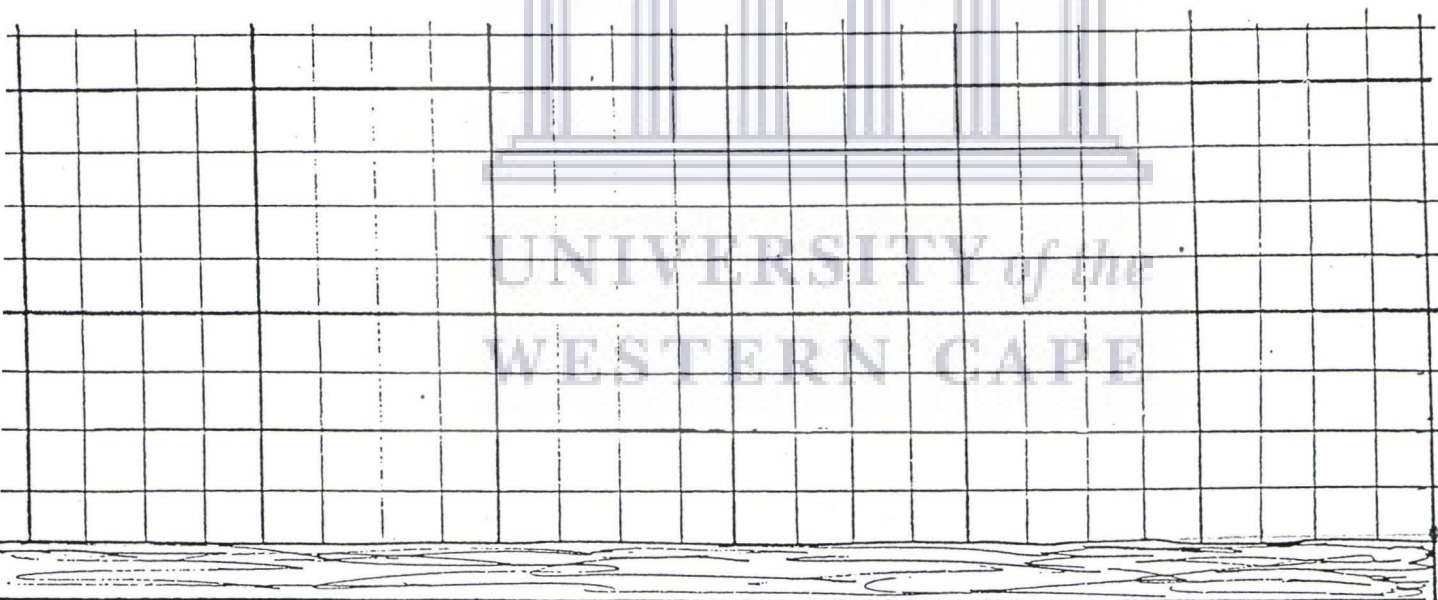


UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

- e. Doen die volgende in pare:  
Staan so vër van mekaar af dat jy jou maat van kop tot tone met 1 handspan kan sien. Dus so



Meet jou lengte en die afstand tussen julle. Ruil om en herhaal.  
Maak nou 'n tekening op die geruite papier.



1 blokkie is 25 cm

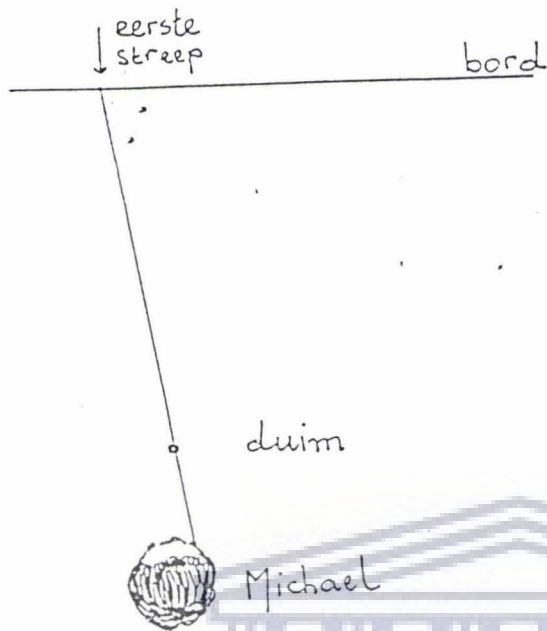
Op hierdie tekening kan jy die kykhoek teken. Hoeveel grade is dit?

Dit is \_\_\_\_\_ grade.

Klop dit met b?

- f. Wat jy nou geteken het staan bekend as die sy-aansig.  
Het voorheen sy-aansig en bo-aansig teëgekom?

a.



Michael doen die duimsprong.

Teken die tweede lyn van Michael se gesigslyn.

b. Kontroleer of die duime op die korrekte plekke geteken is.



UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE



a.



Dui met 'n kolletjie en pyltjie die plek aan as 'n duimsprong uitgevoer was.

Dieselfde leerling gaan staan nou sodat sy duim tweekeer sovêr vanaf die skryfbord is. Wat kan jy sê omtrent die afstand tussen die twee pyltjies.

bord

b. Vier leerlinge doen die duimsprong. Die resultaat sien sò daaruit:



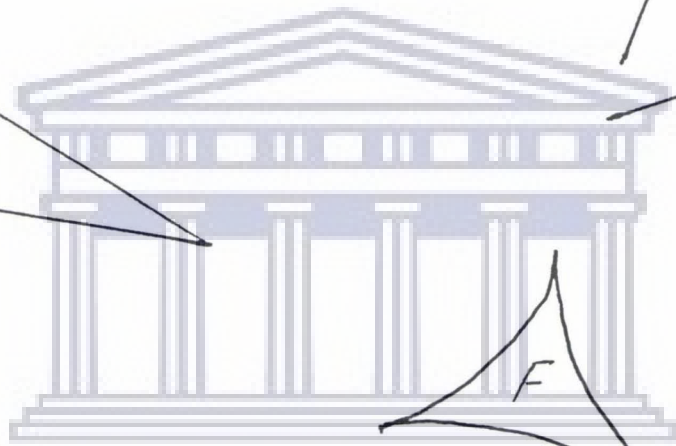
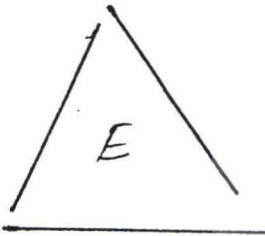
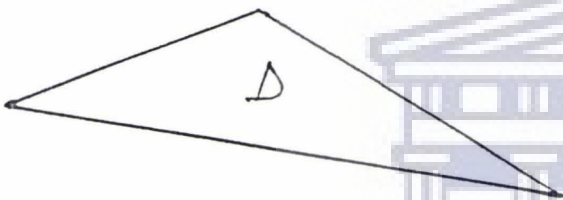
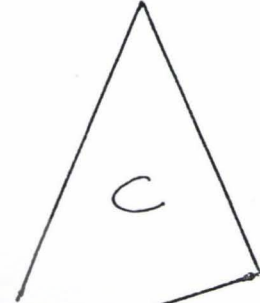
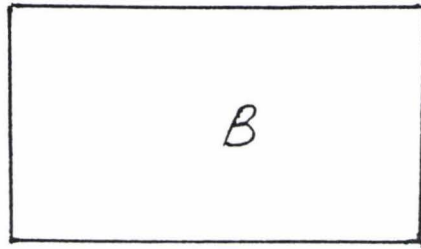
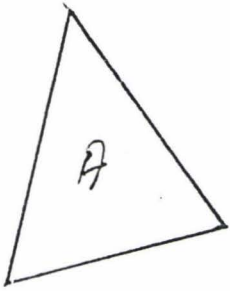
UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

Hoe is dit moontlik?

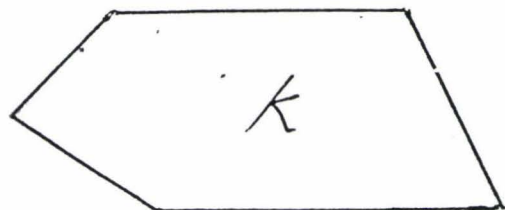
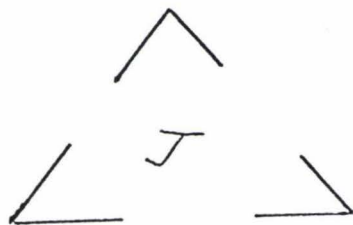
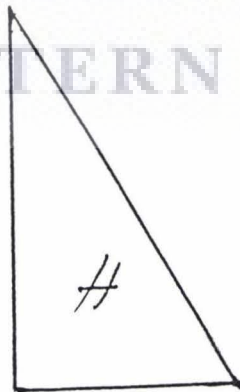
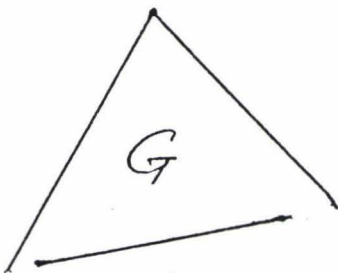
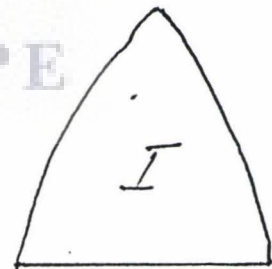
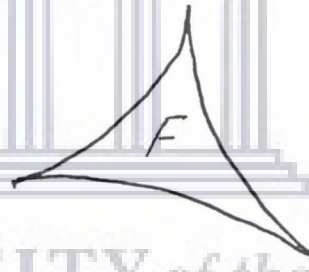
- c. Samad se arm is veel langer as Ruby s'n. By wie lê die strepe die verste van mekaar?
- d. Die arm van Patricia is net so lank soos Samad s'n. Die strepe by Patricia lê tog verder van mekaar. Hoe is dit moontlik?
- e. Hoe vêr moet jy van die bord staan om die aftsand tussen die strepe net so groot te kry as die afstand tussen jou oë?
- f. Hoe verklaar jy dat daar verskillende strepe is as meer mense die duimsprong van dieselfde plek doen.



WERKBLAD #2



UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE



Werkblad H3.

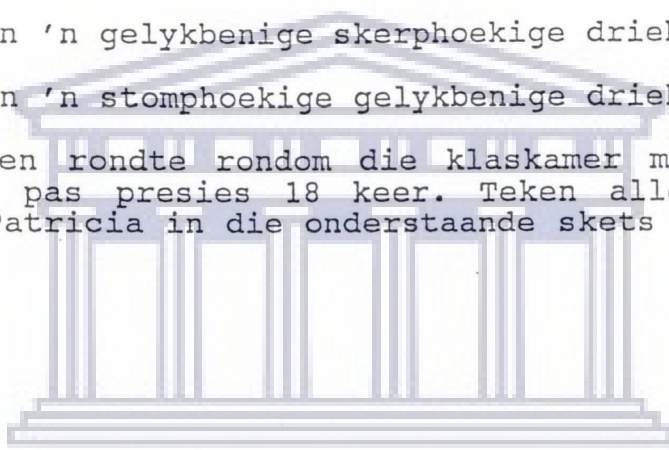
Elke groep leerlinge ontvang 'n stel (6) driehoeke.

Opdrag:

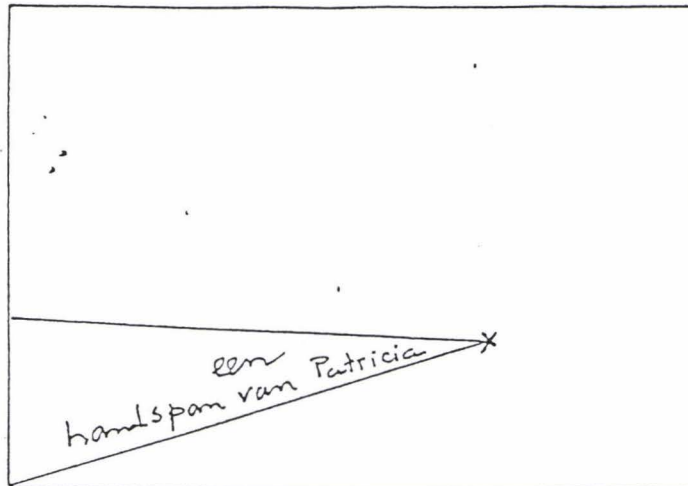
1. Maak gebruik van enige metode om die driehoeke te groepeer soos wat julle dink hulle hoort bymekaar. Gebruik die ingeslote blad om die redes neer te skryf waarom julle die betrokke driehoeke so gegroepeer het.

UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

Jy behoort die volgende nog te onthou:

- 'n Stomphoekige driehoek is 'n driehoek met een stomhoek
  - 'n Reghoekige driehoek is 'n driehoek met een regtehoek.
  - 'n Skerphoekige driehoek is 'n driehoek met drie skerphoeke
  - 'n Gelykbenige driehoek is 'n driehoek met twee gelyke sye.
- a. Maak 'n skets van 'n reghoekige gelykbenige driehoek.
- b. Maak 'n skets van 'n gelykbenige skerphoekige driehoek.
- c. Maak 'n skets van 'n stomphoekige gelykbenige driehoek.
- d. Patricia maak een rondte rondom die klaskamer met haar handspan. Hulle pas presies 18 keer. Teken alle ander handspanne van Patricia in die onderstaande skets van die klaskamer.
- 
- UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE
- e. Dui nou op die skets alle soorte driehoeke aan. Gebruik SK vir skerphoekig; ST vir stomphoekig en RE vir reghoekig.
- f. Vanaf watter posisie in die skets in d moet Patricia begin meet sodat sy seker is dat sy vier reghoekige driehoeke kry. Maak 'n skets.

- g. Vanaf watter posisie moet sy begin sodat sy seker is dat sy twee gelykbenige driehoeke kry.



- h. Maak 'n skets van die duimsprong sodat twee gelykbenige driehoeke gekry word.

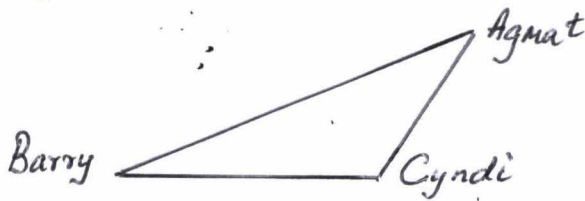


- i. Maak 'n skets van die duimsprong sodat twee reghoekige driehoeke verkry word.

UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE



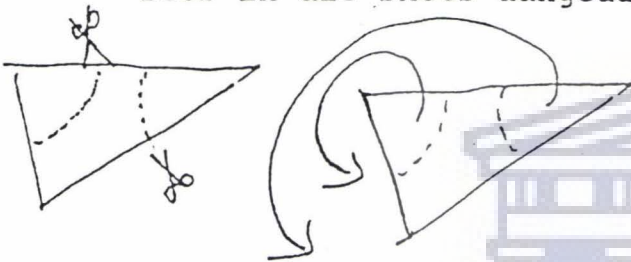
- a. Werk in groepe van drie.  
Neem posisies in min of meer soos in die skets.



Nou sien elkeen die ander twee onder 'n bepaalde hoek. Meet die hoek met die handspan. Tel die handspanne bymekaar.

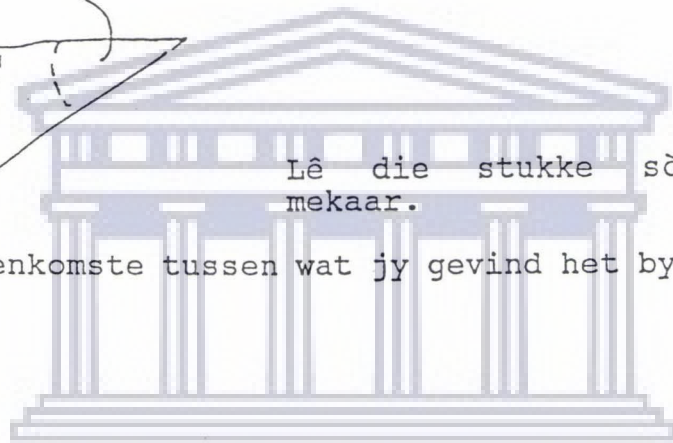
Doen dit uit verskillende posisies. Kry julle dieselfde aantal handspanne vir die verskillende posisies?

- b. Teken 'n groot driehoek op 'n vel papier. Knip stukke af soos in die skets aangedui.



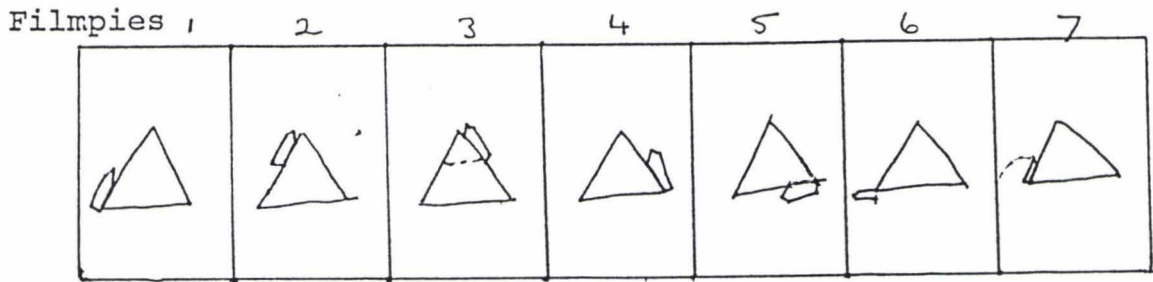
Lê die stukke sò langs mekaar.

- c. Wat is die ooreenkomste tussen wat jy gevind het by a en b.

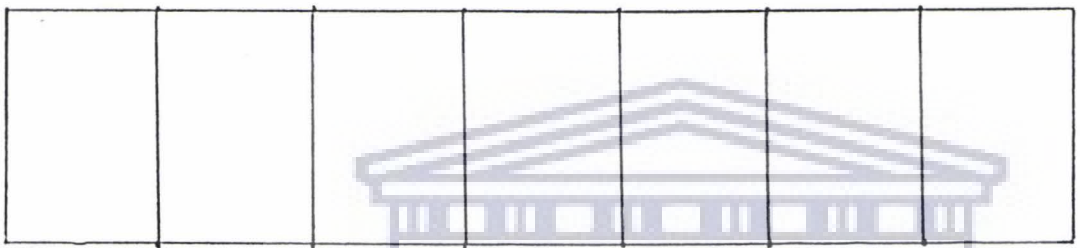


UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

WERKBLAD K



a. Maak jou eie filmpie. Teken eers die sewe driehoekies (hulle moet dieselfde wees.) Maak dan 'n aftreksel van die driehoek in die raampie met 'n potlood



Die potlood is eers tweekeer gedraai oor een hoek van die driehoek. Die laaste keer, in raampie 7, is die potlood gedraai om die buitehoek.

- b. Wat weet jy van die laaste draai en die ander twee draaie?
- c. Wat het hierdie te make met die vermoedens van werkblad J?

UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

WERKBLAD L

- a. 'n Driehoek het 'n hoek van  $30^\circ$  en een van  $70^\circ$ . Hoe groot is die derde hoek? Teken so 'n driehoek.

- b. Voltooi die volgende tabel.

$\Delta A$	$\Delta B$	$\Delta C$	Soort Driehoek	Skets
$40^\circ$	$80^\circ$		Skerphoekig	
$40^\circ$			Reghoekig	
$30^\circ$	$30^\circ$		Stomphoekig	
$45^\circ$	$90^\circ$			
$40^\circ$			Gelykbenig	

In sommige van die gevalle is meer as een driehoek moontlik.

Wat het jy geleer in hierdie werkboek?

- Jy kan aantoon of drie of meer punte op 'n lyn lê deur langs die lyn te kyk of met 'n liniaal.
- My gesigshoek is ongeveer \_\_\_\_\_
- My handspan' is \_\_\_\_\_
- By die verklaring van die handspan maak jy daarvan gebruik dat jy in 'n reguitlyn kyk.
- Soms kan jy verklarings verskaf deur die bo-aansig of die sy-aansig te gee.
- Die som van die groottes van die hoeke van 'n driehoek is  $180^\circ$
- 'n Buitehoek van 'n driehoek is gelyk aan die som van die teenoorstaande binnehoeke
- Ons het van hierdie twee stellings eers vermoedens gekry uit die eksperimente op werkblad J en daarna 'n verklaring daarvan gegee met die filmpie op werkblad K.



UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE



## BYLAE 4

### TWEEDE EKSPERIMENT: ONDERWYSERSGIDS

#### INLEIDING

In hierdie stuk meetkunde gebruik ons dit wat die leerling reeds weet oor hoe na dinge gekyk word, sonder dat hulle dit ooit uitgespreek het.

Deur ervaring te gebruik, asook deur verklarende sketse te gebruik, oor hoe 'n mens na dinge met een of albei oë kyk, kom ons by die begrip van dinge (voorwerpe) as reguit lyne, hoeke, bo- en sy-aansig. Soorte driehoeke kan ook ter sprake kom.

In hierdie gids word aktiwiteite bespreek/beskryf wat in die klas gedoen kan word en word die werkblaaie en die gebruik daarvan toegelig.

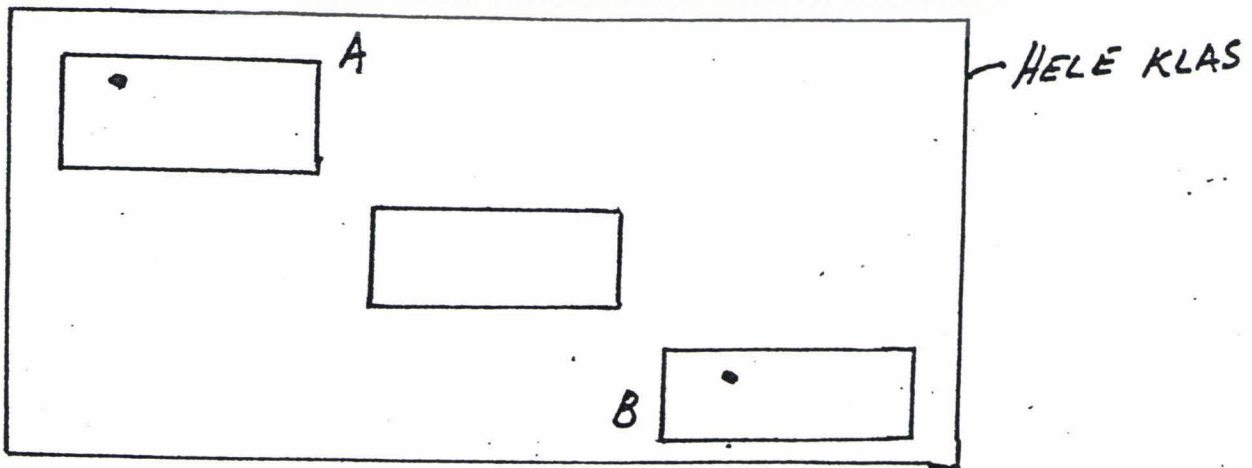
Omtrent 7 lesure word benodig, waarvan die laaste een vir 'n toets aangewend kan word.

#### LES 1: KYK LANGS LYNE

Ons begin die les met een gesamentlike aktiwiteit. Vier leerlinge, onder leiding van die onderwyser kan gebruik word. Die res van die klas kan toekyk, omdat hulle dit ook later sal moet doen.

Leerlinge A en B plaas elkeen 'n stukkie kryt, potlood of gom (prestik) regop op twee verkillende tafels in die klas.

Dit behoort soos volg te lyk:



Leerling C moet presies tussen die twee stukkies kryt (óf potlode, óf gom) van A en B, een stukkie kryt plaas sodat hulle regoor mekaar lê/staan. Hierdie plasing geskied met behulp van die aanwysing en hulp van leerling D, wat kan

rondloop en staan en kyk vanwaar hy wil, terwyl hy aanwysings aan leerling C gee.

Leerling D sal wel uit eie beweging by een van die tafels by A of B gaan kyk en langs die lyn A-B die aanwysings gee.

Hierna kan alle leerlinge met werkblad A begin. Leerlinge kan in groepies van 4 werk en daar kan van alle moontlike maniere gebruik gemaak word om by die verlangde resultaat uit te kom.

Opgawe (a) en (b) gee die leerlinge die geleentheid om self die idee van 'n reguitlyn prakties te kan doen. Maar daar is egter iets wat bykom, naamlik die tekening op die werkblad. Dit is 'n voorbeeld van die gebruik van 'n bo-aansig. Dit is egter beter om dit nie op hierdie stadium so te noem nie - dit kan wel later (in later lesse) genoem word.

Opgawe (c) en (d) laat meer moontlikhede oop:

- Eerstens kan 'n liniaal gebruik word.
- Tweedens kan daar met die blote oog op die werkblad gekyk word.

Dit is goed om in die klassikale bespreking van die werkblad beide maniere aan die leerlinge aan te bied. Manier twee sluit aan by die begin-aktiwiteit, terwyl manier een net op die werkblad moontlik is.

Indien moontlik, kan daar in hierdie les ook aan Werkblad B begin word. Dit kan egter ook as tuiswerk aangebied word.

Belangrik is dat die leerlinge mekaar se resultate moet sien, veral aan die begin van les 2.

## LES 2: WAT KAN JY SIEN?

Daar kan ter opheldering na die resultate van Werkblad B gekyk word. Die meeste leerlinge sou moontlik 'n liniaal langs A en B geplaas het. Achmed en Barry kan nie mekaar sien nie. Alle plekke waar die kat moontlik kan sit, vorm saam een gebied wat uit drie driehoeke bestaan. Dit is nie belangrik dat alle leerlinge dit presies uitvind nie.

Die belangrikste punt in die na-bespreking is dat dit oor kyk gaan en dat ons reguitlyne daarvoor gebruik. 'n Liniaal is 'n handige instrument in hierdie geval.

Daarna word met deel 2 begin.

## HOEKE MET JOU HANDE

In hierdie gedeelte gaan dit rondom die hoek waaronder dinge gesien word. Ons kyk steeds met een oog en ons gebruik ons hande. Alles word met 'n gestrekte arm gedoen.



## EERSTE ONDERSOEK: HOEVEEL KAN JY MET EEN OOG SIEN?

Ons begin almal saam. Almal sluit die linkeroog en gebruik die regteroog om te kyk. Slegs die oog mag beweeg - die kop moet stil gehou word.

- "wat sien jy as jy (kop onbeweeg) soveel sover as moontlik na links kyk?"

Moontlike reaksies van leerling:

- niks
- die kas/deur
- my neus, ensovoort.

Op dié stadium is al sulke antwoorde aanvaarbaar. Ons gaan dieper in op wat jy nie kan sien nie:

- "wys met jou linkerarm wat jy nog net kan sien"

Hierdie arm word so gehou en die volgende opdrag is:

- "Doen dieselfde met jou regterarm na regs tot waar jy nie meer kan sien nie."

Wat jy nou met jou arms aanwys (aandui), heet die "gesigsveld van jou regteroog".

### Werkblad C

Na hierdie aktiwiteit gaan ons 'n skets (tekening) daarby maak. Sien Werkblad C. Die leerlinge kan op hul werkblaaië teken en selfs aantekeninge daarop maak as hulle so voel.

By opgawe (a) sal die leerlinge nie altyd onderskeid kan tref tussen die lyne wat die arms voorstel en die lyne wat die gesigsveld begrens nie. Opgawe (c) is bedoel om hierdie aspek nog verder op te helder. Hier moet leerlinge aandui wat hy op die muur sien. Dit kan ook prakties gedoen word deur die leerling langs die omtrek van die klas te laat loop. Die ander leerlinge kan dan met hul regteroog kyk (die hoof in 'n onbeweeglike posisie) waar die lopende leerlinge voor hom sigbaar is.

Na die skets (tekening) word dit bespreek. Moontlike vrae kan wees:

- dink jy dat jy so ver agter jou kan sien (kyk)?
- sal die gesigsveld vir almal ewe wyd (dielfde) wees?
- watter soort diere kyk meer na vorentoe?

In die algemeen is dit roofdiere. Die leeu, kat, slang, roofvoëls, akkadisse, duiwe en vlieë kyk sywaarts. Waarom is dit so? Omdat die sy-waarts kyker reeds in sy pasoppens moet wees vir roofdiere, wat op hulle beurt juis beter voor hulle moet kan sien op voorwerpe waarop hulle moet duik.

### LES 3: MEET MET DIE HANDSPAN

Die gesigsveld is een voorbeeld van 'n kykhoek: 'n hoek

waaruit jy iets vanuit jou oog kan sien. Nou gaan ons ander kykhoeke meet. Ons doen dit eers gesamentlik:

"Een oog toe, strek jou arm en sprei jou hand. Hou jou duimpunt voor die linkervoorhoek van die klas. Tot waar kom jou pinkie? Onthou dit en sit dan weer jou duim op hierdie plek. Herhaal na regs totdat jy die regterhoek van die klaskamer bereik. Hoeveel handspanne het jy nodig?"

### **Bespreking:**

- was dit vir elkeen dieselfde (ewe veel)?
- hoekom is dit so?

Moontlike redes:

- sommige sit verder weg van die voorkant van die klas.
- ons hande is nie ewe groot nie, ensovoorts.

Daarna werk leerlinge met Werkblad D.

### **Werkblad D**

By vraag (a) kan die bord of die deur geteken word. Daar moet maar aangedui word wat daar is. Op die onderste prentjie word dieselfde dinge geteken.

Vir die leerling is dit belangrik dat daar verskillende tekeninge van dieselfde ding is. Die onderwyser moet hom van hierdie verskille vergewis, sodat hy die leerlinge meer kan help.

Die boonste prentjie is WAT jy sien. Die onderste prentjie is hoe 'n vlieg, wat op die plafon sit, jou en jou arm sien en HOE die kykhoek ontstaan. Op die boonste prentjie kan die hoek vanuit die oog nie geteken word nie, maar op die onderste wel.

By meetkunde gaan dit ook om oefening met sulke verskillende voorstellings te wys.

Een duidelike bewys dat die leerling nog nie dié verskil begryp nie, is dat daar in die boonste prentjie kyklyne geteken word of een oog word bygevoeg. Dit is presies wat nie kan/mag gebeur nie.

In die klasbespreking van Werkblad D is die belangrikste dat die bord by vraag (b) as 'n streep gesien moet word. Jy teken as't ware slegs die bokant van die bord.

Afhangende van die tempo van leerlinge, kan daar nou aan Werkblad E begin word, óf kan dit as tuiswerk aan leerlinge gegee word.



## LES 4: METING VAN DIE HANDSPANHOEK

### Werkblad E

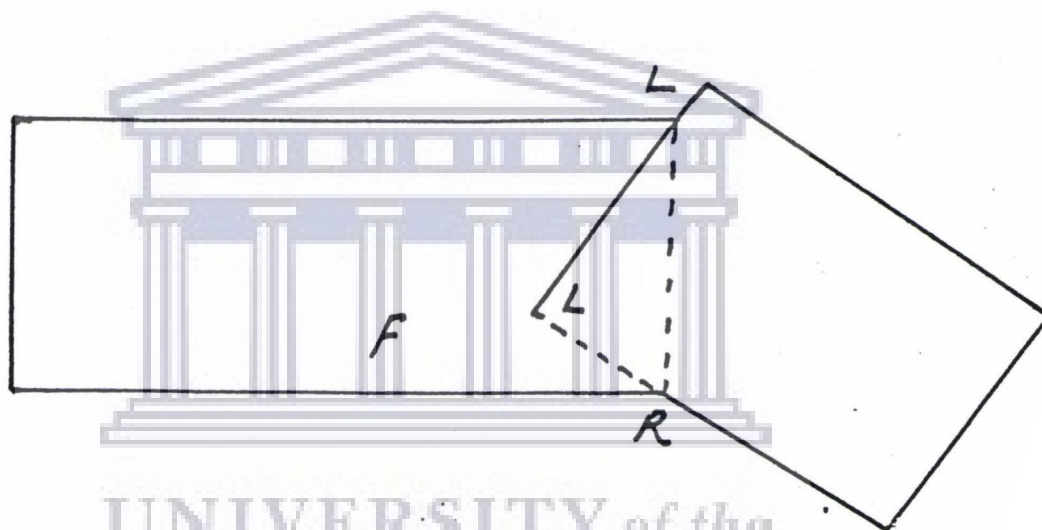
Voordat met Werkblad E begin word, kan die onderwyser 'n oefeningkie doen, wat die gebruik van die gradeboog insluit: leerlinge kan gevra word om hoeke van sekere groottes te teken of hulle kan hoeke gegee word wat hulle dan moet meet.

Werkblad E is 'n oefening in die hoekbegrip. Die tekeninge kan later geleidelik gebruik word om na soorte hoeke en tipes driehoeke te kyk.

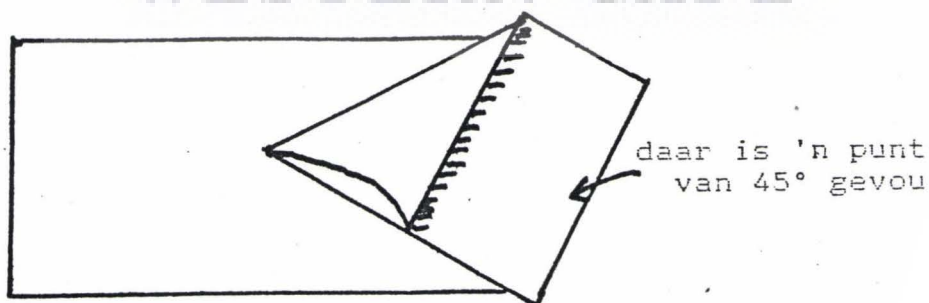
Na-bespreking : veral vrae (d), (e) en (f).

Vraag (d) en (e) kan met behulp van 'n los blaadjie gedoen word.

(e)



(d)



daar is 'n punt  
van  $45^\circ$  gevou

Indien dit aangepak word, kan ons by vraag (f) voortgaan die vraag: Trek soveel moontlike punte waarvandaan voorkant van die klas onder  $90^\circ$  sien.

Nou moet net bewys word dat dit almal punte op 'n se is - dit kom later wel aan die beurt. Belangrik egte daar probeer moet word om dit te ontdek.

## Werkblad F

Die volgende aktiwiteite, waarby Werkblad F gebruik word, gaan om die meet van die handspanhoek. Ons probeer eers vas te stel hoeveel handspanne nodig is vir een volle rondte. Die aantal is gewoonlik 18, 19 of 20. Ons doen dit eers in die klas, daarna kan die leerlinge met die vrae op Werkblad F voortgaan.

By vraag (d) moet die hoek wat ontdek/bereken is, gebruik word. Die tekening is skematies, met slegs O, P en D daarop. Tog is dit presies moontlik, omdat ons weet hoe groot 'n handspan is.

By vraag (e) meet ons, maar nou deur middel van die handspanhoek. Uiteindelik kan daarop gewys word dat die gradeboog wel nodig is. Eintlik maak jy die gradeboog (deur die handspan) self. Dit kan waarskynlik ook klop met vraag (b). Miskien vind die leerlinge goeie redes waarom dit miskien nie klop nie. Moenie met 1:25 werk nie, maar wel op die werkblad met: een hoogte is 25cm. Die maat/grootte van die hoeke is nie van belang nie.

Vraag (f) maak dit duidelik dat dit hier om 'n ander soort afbeelding gaan; sy- en bo-aansigte word baie in allerlei toepassings gebruik. In die na-bespreking moet hierdie woorde (begrippe) nou werklik gebruik word.

As laaste onderwerp kom die sogenaamde duimsprong aan die beurt. Die leerlinge kry die geleentheid om uit eie beweging 'n verklaring van hierdie, nie te eenvoudige, verskynsel te probeer gee.

## LES 5: DIE DUIMSPRONG

Eers word die duimsprong in die klas geïllustreer. Dit is die duimsprong en jy gebruik jou twee oë.

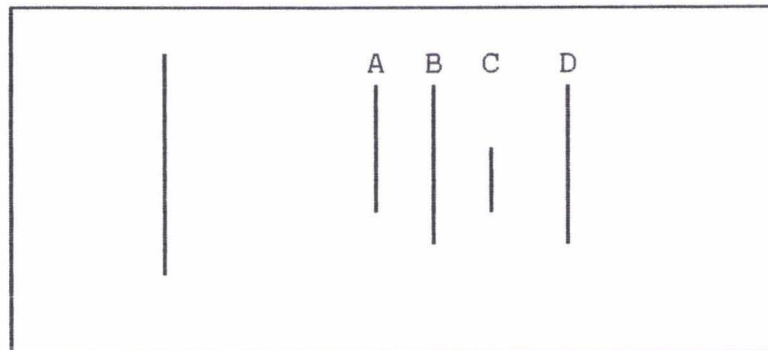
- trek 'n vertikale streep op die bord.
- staan agter in die klas.
- strek die regterarm; hou die duim omhoog
- kyk met een oog na jou duim en sorg dat jy jou duim sien in lyn met die streep op die bord.
- kyk nou met jou ander oog na jou duim (hou die hand stil)
- laat 'n maat 'n nuwe streep trek op dié plek op die bord waar jy nou jou duim sien.

Die onderwyser trek een streep op die bord. Die onderwyser gaan dan agter in die klas staan. Een leerling staan by die bord. Hierdie leerling trek 'n streep na aanleiding van sy (onderwyser) se duimsprong. Daarna kan die onderwyser 'n ander leerling die duimsprong van dieselfde plek af laat doen.

## GROEPWERK

Die onderwyser organiseer groepe, bv. van 4 leerlinge, om hierdie aktiwiteit aan te pak. Elke groep hou sy eie

resultaat, byvoorbeeld:



'n Kort onderbreking deur die onderwyser: "Julle het dit nou heeltemal goed gedoen. Gaan na julle plekke in die groepe en probeer 'n verklaring te gee vir die verskynsel (die spring van die duim). Die een oomblik sien jy jou duim hier en dan met die ander oog op 'n ander plek. 'n Skets kan help om die verklaring op te helder."

Elke groep kan 'n skoon blad kry om op te werk.

#### Na-bespreking van die groepwerk

Probeer dat leerlinge duidelik terug-rapporteer oor wat in die duimsprong-aktiwiteit gebeur - met die sketse daarby. Probeer dat die leerlinge uit hul woorde leer/baat. Die oplossing met die bo-aansig wil ons graag sien. Maar daarom is dit nie die beste oplossing of verklaring nie; dit hoef egter nie die beste oplossing te wees nie.

As onderwyser wil jy altyd ook graag meer uitlê of ekstra vertel, byvoorbeeld:

- die lyne vanuit jou oog, noem ons die kyklyne.
- wat ons teken heet 'n bo-aansig.
- in jou bo-aansig is daar baie gegewens wat weggelaat word, omdat ons dit nie vir die verklaring benodig nie. Dit is 'n belangrike kenmerk van Wiskunde.
- julle gebruik bo-aansig nog voordat julle die woord ken.

Wees hier versigtig in die gebruik van die woorde bo-aansig, sowel as kyklyn.

Opmerkings van onderwyser by Werkblad G en H.

By vraag (b) op Werkblad H kan leerlinge soms sê: Die seun is skeel. Dit het egter niks daarmee te make nie. Die leerlinge kyk met die linkeroog na die streep.

By vraag (c): Een tussenvraag kan wees: Hoe kan jy dit met jouself kontroleer? Hoe maak 'n mens jou arm korter? - leerlinge moet by die idee uitkom dat dit gedoen kan word deur



jou arm te buig en weer te strek. Nie almal hoef twee opgawes te maak nie. By die na-bespreking is dit egter belangrik dat die leerlinge daarop gewys moet word dat armlengte en oogafstand bepalend is vir die afstand tussen die strepe op die bord.

Indien ons die afstand tussen die duim en die bord ook afwissel, is dit eweredig met die afstand tussen die strepe. Hierdie uitspraak formuleer ons soos volg:

as.....3 x.....dan ook.....

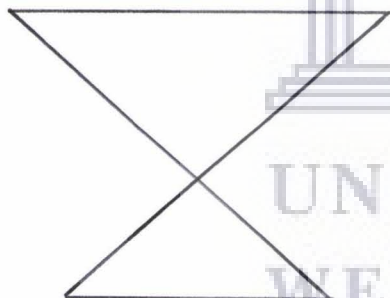
## LES 6

Die onderwyser begin deur 'n paar begrippe aan te haal bv.:

- Duimsprong
- Kyklyn
- Bo-aansig

Werk in groepe aan die oefening-opgawe.

Klas-bespreking kan nou klassikaal geskied. In die na-bespreking kan nou bygevoeg word:



Jy het steeds twee driehoeke geteken. Die twee driehoeke het steeds dieselfde vorm. Hoe moet jy staan om twee simmetriese driehoeke te kry? Ons noem hulle gelykbenige driehoeke.

## LES: 7

### TOETS

By hierdie reeks is een stel toetsvrae opgestel. Uit hierdie vrae kan die onderwyser self 'n geskikte deel kies, na gelang van wat in die vorige lesse gebeur het. Die toets neem nou die sewende les in beslag.



## BYLAE 5

### FOTO'S

Die foto's in hierdie Bylae is van die foto's wat gedurende die ontwikkelingsonderzoekstudie geneem is.

#### FOTO 1

Hierdie foto toon die gemoedlike en gemaklike atmosfeer waarin die ontwikkelingsonderzoekstudie plaasgevind het.

#### FOTO 2

'n Groep leerlinge besig om hulle werkblaai te vergelyk en om hul antwoorde te debatteer.

#### FOTO 3

Hier is die klas besig om die handspan-aktiwiteit uit te voer.

#### FOTO 4

Dié foto toon die klas wat besig is om die gesigsveld prakties te illustreer.

#### FOTO 5

'n Leerling besig om die duimsprong-oefening te doen.

#### FOTO 6

Hier is 'n groepie leerlinge besig om driehoeke te klassifiseer.



FOTO 1



FOTO 2



FOTO 5

UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE



FOTO 6



UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE